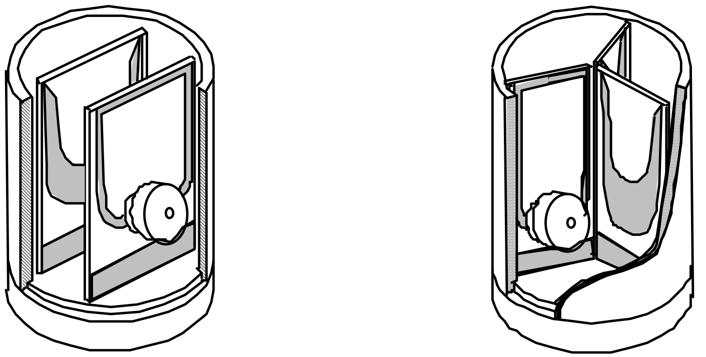
Аппроксимация градуировочных характеристик измерительных каналов в условиях малой чувствительности к измеряемым параметрам

В.В. Тулупова, Институт проблем управления сложными системами РАН (Самара)

Международная конференция «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко
Новосибирск, 2011

Специфика задачи измерения координат смещений торцов лопаток газотурбинного двигателя

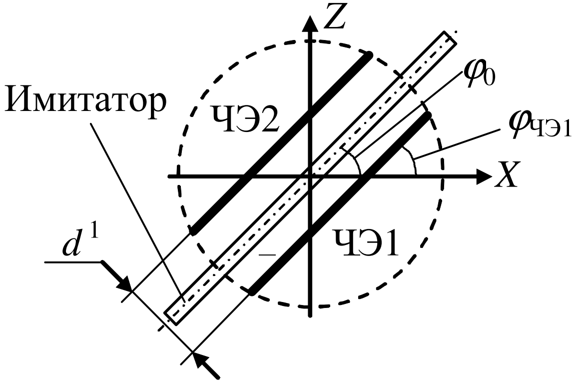
Конструкция кластерного датчика (КОВТД)

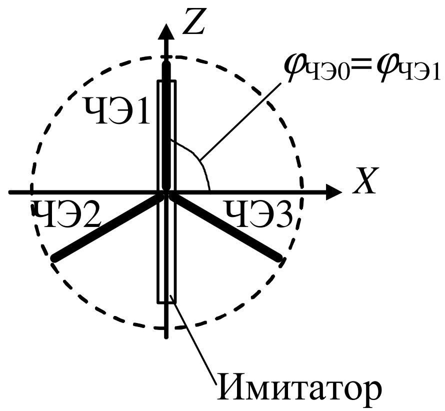


Кластерный метод измерения

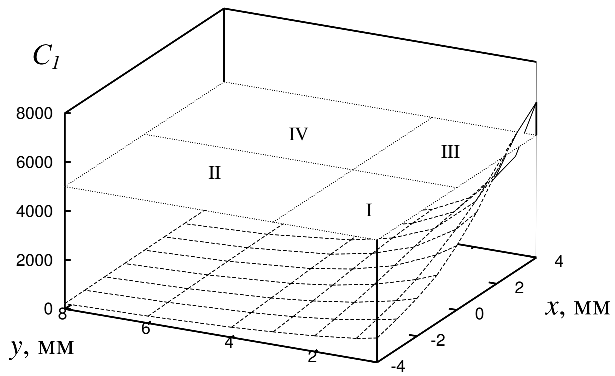
$$\begin{cases} c_1 = \sum\limits_{i_1=0}^{I_1}\sum\limits_{i_2=0}^{I_2}\sum\limits_{i_3=0}^{I_3}\sum\limits_{i_4=0}^{I_4} a_{1,i_1i_2i_3i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4}, \\ c_2 = \sum\limits_{i_1=0}^{I_1}\sum\limits_{i_2=0}^{I_2}\sum\limits_{i_3=0}^{I_3}\sum\limits_{i_4=0}^{I_4} a_{2,i_1i_2i_3i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4}, \\ c_3 = \sum\limits_{i_1=0}^{I_1}\sum\limits_{i_2=0}^{I_2}\sum\limits_{i_3=0}^{I_3}\sum\limits_{i_4=0}^{I_4} a_{3,i_1i_2i_3i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4}. \end{cases}$$

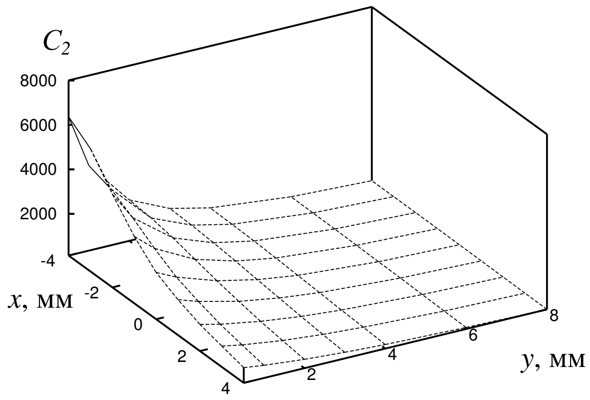
Ориентация чувствительных элементов относительно торца лопатки (в проекции).

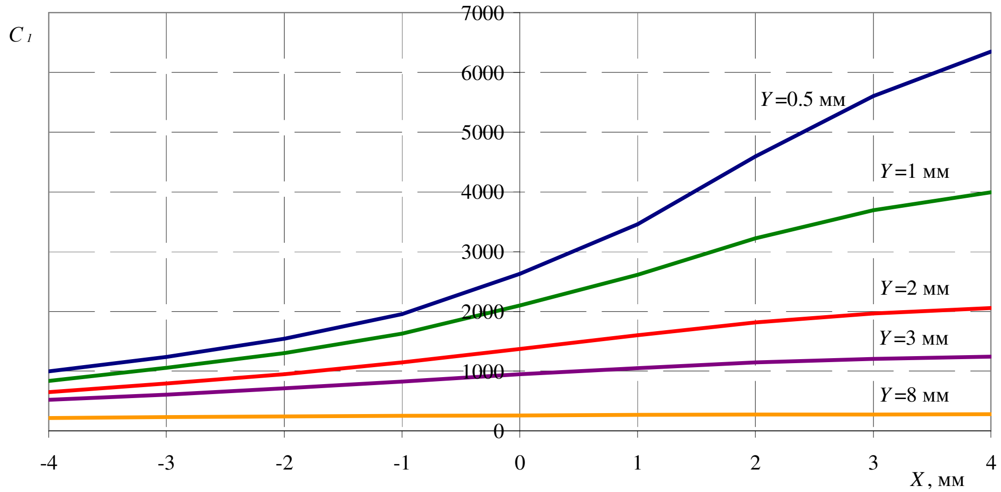




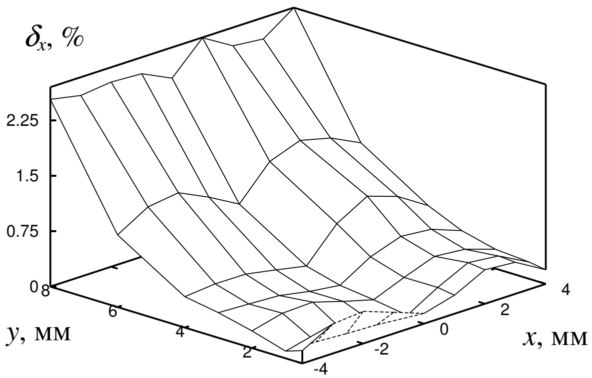
Пример градуировочной характеристики (ГХ) кластерного датчика с двумя чувствительными элементами

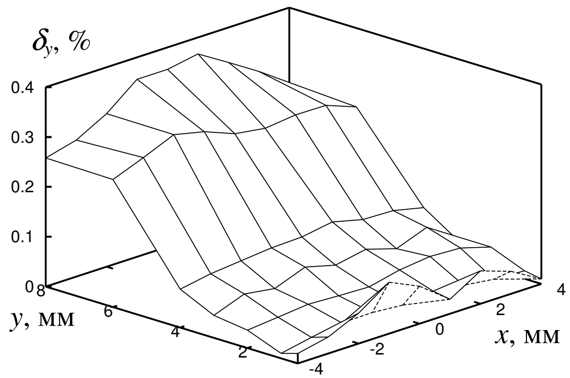






Оценка трансформированной погрешности результатов, обусловленной погрешностью аппроксимации ГХ и погрешностями измерительных каналов





Цели и задачи новой формализации с использованием интервального анализа:

- совершенствование алгоритмов вычислений координат;
- аттестация алгоритмов и их метрологическое автосопровождение;
- поддержка процессов проектирования.

Аппроксимация временных рядов с использованием интервал-полиномов

Интервальный образ полинома (интервал-полином) – полином степени N, нулевой коэффициент которого задан интервалом, е все другие точными значениями */Подружко А.А., Подружко А.С. Интервальное представление полиномиальных регрессий. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 48 с /* **:**

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{a_0} + \sum_{i=1}^{N} a_i t$$

Свойства интервал-полинома: $\mathrm{d}\,\mathbf{P}(t) = \mathrm{d}\,\mathbf{a_0} = const$ **,** $\mathrm{mid}\,\mathbf{P}(t) = \mathrm{mid}\,\mathbf{a_0} + \sum_{i=1}^{N} a_i t$

Условие полноты охвата экспериментальных точек

$$-\varepsilon \le y(t) - \left(\sum_{i=1}^{N} a_i t + \mathrm{mid}\,\mathbf{a_0} \right) \le \varepsilon, \qquad t = 1,2,\ldots T$$

$$-\infty < \mathrm{mid}\,\mathbf{a_0} < +\infty, \quad -\infty < a_i < +\infty, \; i = 1,2,\ldots N$$

$$\varepsilon \ge 0$$

$$\min_{(\mathrm{mid}\,\mathbf{a_0}, \varepsilon, a_1, a_2, \ldots, a_N)} \varepsilon$$

Подход к решению – ЗЛП с простой целевой функцией и 2Т ограничениями

Аппроксимация градуировочных характеристик с использованием интервал-полиномов

(*на примере измерения двух координат без учета температуры среды*)

$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{a_{00}} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} a_{ij} x^i y^j$ ***- интервал-полином от двух переменных***

Исходные наборы экспериментальных точек - $\{x_k, k = 1,2,...K\}$**,** $\{y_l, l = 1,2,...L\}$**,**
$\{c_{kl}, k = 1,2,...K, l = 1,2,...L\}$

Задача ЛП для определения коэффициентов

$$-\varepsilon \le c_{kl} - \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} a_{ij} x_k^i y_l^j + \operatorname{mid}\mathbf{a_{00}}\right) \le \varepsilon, \qquad k = 1,2,...K, l = 1,2,...L$$

$$-\infty < \operatorname{mid}\mathbf{a_0} < +\infty, \quad -\infty < a_i < +\infty, \ i = 1,2,...N$$

$$\varepsilon \ge 0$$

$$\min_{(\operatorname{mid}\mathbf{a_{00}}, \varepsilon, a_{01}, a_{02}, ..., a_{NM})} \varepsilon$$

Решение ЗЛП с простой целевой функцией и 2KL (≈100) ограничениями

Определение координат смещений торцов лопаток в новой формализации

$$\begin{cases} \mathbf{c_1} = \sum\limits_{i_1=1}^{I_1}\sum\limits_{i_2=1}^{I_2}\sum\limits_{i_3=1}^{I_3}\sum\limits_{i_4=1}^{I_4} a_{1,i_1 i_2 i_3 i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4} + \mathbf{a_{10000}}, \\ \mathbf{c_2} = \sum\limits_{i_1=1}^{I_1}\sum\limits_{i_2=1}^{I_2}\sum\limits_{i_3=1}^{I_3}\sum\limits_{i_4=1}^{I_4} a_{2,i_1 i_2 i_3 i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4} + \mathbf{a_{20000}}, \\ \mathbf{c_3} = \sum\limits_{i_1=1}^{I_1}\sum\limits_{i_2=1}^{I_2}\sum\limits_{i_3=1}^{I_3}\sum\limits_{i_4=1}^{I_4} a_{3,i_1 i_2 i_3 i_4} x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3} \Theta^{i_4} + \mathbf{a_{30000}}. \end{cases}$$

Достоинства:

- линейная постановка задачи с интервальными переменными;

- хороший «физический подтекст» - аддитивный сдвиг ГХ (погрешности начального положения, старение датчиков, температурный сдвиг);

- возможность простейших операций коррекции погрешностей.

Недостатки:

- необходимость алгоритмов конструирования интервалов для измеренных кодов (задание границ точности вычисления координат);

- отсутствие механизма коррекции мультипликативного сдвига ГХ (изменение чувствительности датчика из-за влияния мешающих факторов)