

Комptonовское рассеяние в прецизионных экспериментах на электрон-позитронных коллайдерах

Николай Мучной

ИЯФ СО РАН, Новосибирск

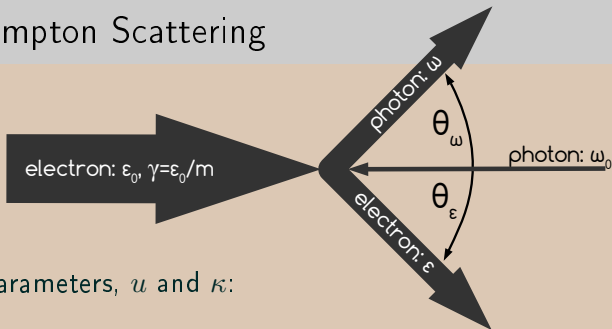
17 марта 2016

План доклада

- 1 Введение
- 2 Интерференция в «УКВ» диапазоне ($\lambda \simeq 10^{-10}$ см)
- 3 Развитие темы для коллайдеров будущего
- 4 Заключение

- Энергия, выделяющаяся при аннигиляции электрона и позитрона в коллайдере, является важнейшей кинематической характеристикой, ограничивающей область возможных параметров любого конечного состояния исследуемых процессов.
- Прецизионное абсолютное измерение средней энергии в системе центра масс расширяет возможности экспериментов на встречных пучках.
- При изучении процессов, имеющих резонансную либо пороговую зависимость сечения от энергии, становится возможным прямое измерение масс рождающихся частиц. Точность таких измерений не зависит от качества восстановления кинематических параметров в детекторе продуктов реакции.

Inverse Compton Scattering



Scattering parameters, u and κ :

$$u = \frac{\omega}{\varepsilon} = \frac{\theta_\varepsilon}{\theta_\omega} = \frac{\omega}{\varepsilon_0 - \omega}; \quad u \in [0, \kappa]; \quad \kappa = \frac{4\omega_0\varepsilon_0}{m^2}.$$

$$\text{Scattering angles:} \quad \theta_\omega = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\kappa}{u} - 1}; \quad \theta_\varepsilon = \frac{4\omega_0}{m} \sqrt{\frac{u}{\kappa} \left(1 - \frac{u}{\kappa}\right)}.$$

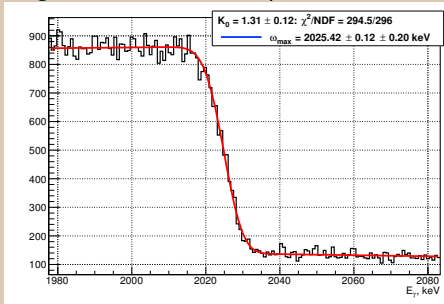
Maximum energy of scattered photon ($\theta_\omega = \theta_\varepsilon = 0$): $\omega_{max} = \frac{\varepsilon_0\kappa}{1 + \kappa}$.

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega_{max}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + m^2/\omega_0\omega_{max}}\right) \simeq \frac{m}{2} \sqrt{\frac{\omega_{max}}{\omega_0}}.$$

Laser backscattering for beam energy calibration

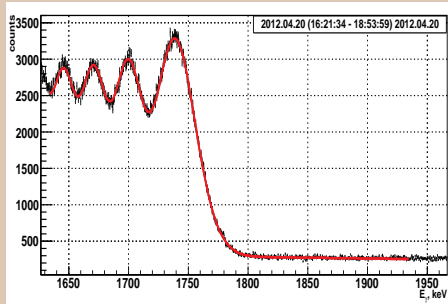
Taiwan Light Source¹⁹⁹⁶, BESSY-I,II^{1998,2002}, VEPP-3,4M,^{2000,2008,2005,2012}, BEPC-II²⁰¹⁰, ANKA²⁰¹⁵

e. g. BEPC-II HPGe spectrum



$m_\tau = 1776.91 \pm 0.12^{+0.10}_{-0.13} \text{ MeV}$
Phys. Rev. D90 (2014) 012001

e. g. VEPP-2000 HPGe spectrum



Backscattering inside a magnet: evident interference
Phys.Rev.Lett. 110(2013) 140402

Achieved accuracy is $\Delta E/E \simeq 3 \times 10^{-5}$ for $E < 2 \text{ GeV}$

Accurate energy scale transfer: eV \rightarrow MeV \rightarrow GeV

- IR optics, 10P20 CO₂ laser line: $\omega_0 = 0.117065228$ eV
- γ -lines from excited nuclei as a good reference for ω_{max} :

¹³⁷ Cs	$\tau_{1/2} \simeq 30.07$ y	$E_\gamma = 0661.657 \pm 0.003$ keV
⁶⁰ Co	$\tau_{1/2} \simeq 5.27$ y	$E_\gamma = 1173.228 \pm 0.003$ keV
		$E_\gamma = 1332.422 \pm 0.004$ keV
²⁰⁸ Tl	$\tau_{1/2} \simeq 3$ m	$E_\gamma = 2614.511 \pm 0.013$ keV
¹⁶ O*		$E_\gamma = 6129.266 \pm 0.054$ keV

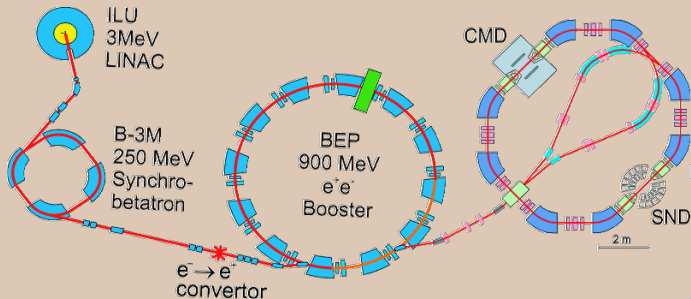
- High energy physics scale¹:

J/ψ	$3096.900 \pm 0.002 \pm 0.006$ MeV
$\psi(2S)$	$3686.099 \pm 0.004 \pm 0.009$ MeV

¹Final analysis of KEDR data, Physics Letters B 749 (2015) 50-56

- 1 Введение
- 2 Интерференция в «УКВ» диапазоне ($\lambda \simeq 10^{-10}$ см)
- 3 Развитие темы для коллайдеров будущего
- 4 Заключение

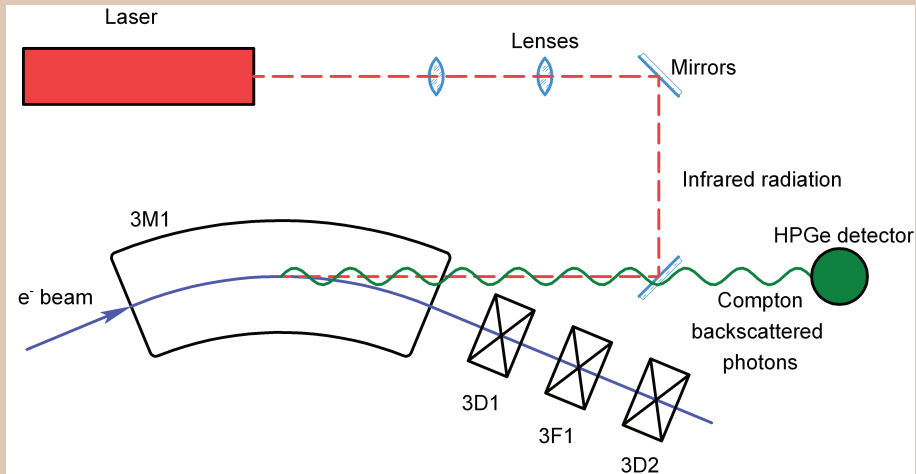
ВЭПП-2000: коллайдер с круглыми пучками



Beam energy $E_0 = 0.1 - 1$ GeV
Circumference $C = 24.388$ m
RF frequency $f_0 = 172$ MHz
Mom. compaction $\alpha = 0.036$
Synchrotron tune $\nu_s = 30.73$ kHz
Betatron tunes $Q_x = 4.1, Q_z = 2.1$

Emittances $\varepsilon_x = \varepsilon_z = 220$ nm
l.p. beta func. $\beta_x = \beta_z = 6.3$ cm
Energy spread $\sigma_E/E = 7 \cdot 10^{-4}$
Bunch length $\sigma_s = 3.3$ cm
Particles/bunch $- 10^{11}$
 $L_{max} = 10^{32} \text{ cm}^{-2} \times \text{s}^{-1} (\times 2 \text{ i.p.})$

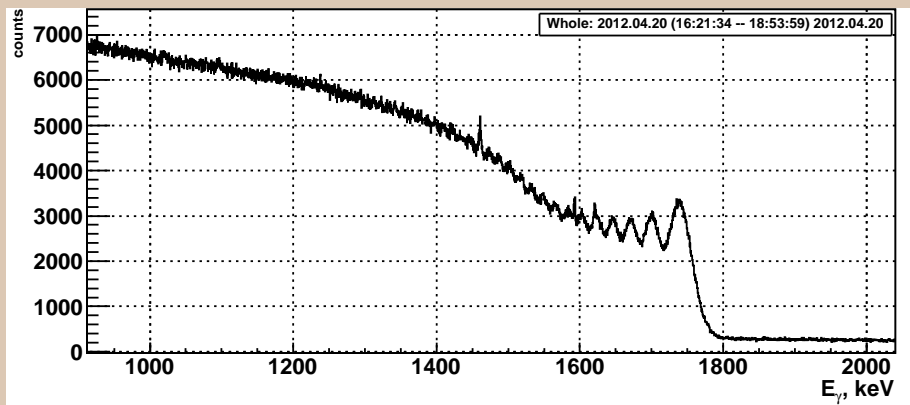
ВЭПП-2000: схема установки



Радиус орбиты в поворотном магните $R = 140$ см

Апрель 2012: первые измерения

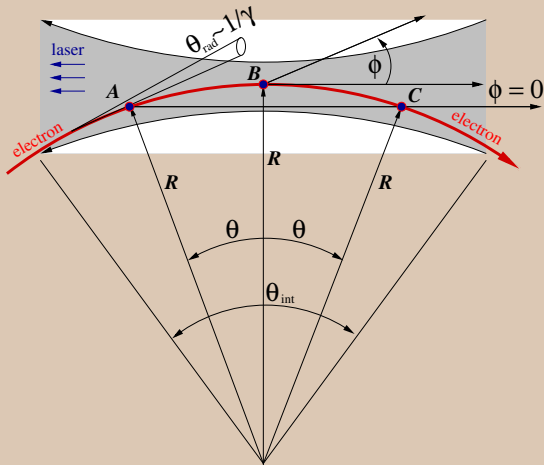
Энергия пучка $E=990$ MeV, лазерного фотона $\omega_0=0.117$ эВ, $B=2.38$ Т.



Область лазер-электронного взаимодействия

Interaction length depends on transverse laser waist size w .

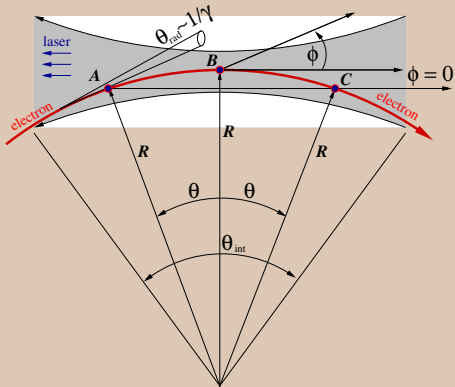
$$w \simeq 0.1 \text{ cm} \rightarrow L_{int} \simeq 2\sqrt{2wR} \simeq 10 \text{ cm}.$$



$$\theta_{int} \simeq L_{int}/R \simeq 70 \text{ mrad}, \text{ while } \theta_{rad} \sim 0.5 \text{ mrad for 1 GeV electron.}$$

Набер фазы

Since $\theta_{int} \gg \theta_{rad}$, only $\phi = 0$ case is a matter of interest



Time for electron $A \rightarrow B \rightarrow C$:

$$t_e = \frac{2R\theta}{\beta c}$$

Time for photon $A \rightarrow C$:

$$t_\gamma = \frac{2R \sin \theta}{c} \cos \psi$$

Phase shift:

$$\Delta\Phi = 2\pi c \left(\frac{t_e}{\lambda} - \frac{2t_e}{\lambda_0} - \frac{t_\gamma}{\lambda} \right),$$

where λ_0 is the laser wavelength.

1 MeV photon has $\lambda = 1.24 \cdot 10^{-10}$ cm. With $R = 140$ cm, $E = 1$ GeV,
 $\Delta\Phi = 2\pi$ when $\theta \simeq 0.1/\gamma$ and $\overline{AC} \simeq 10^{-2}$ cm $\simeq 10^8 \lambda$!

Интерференция рассеянных волн

While $\theta, \psi, 1/\gamma \ll 1$ one has:

$$\Delta\Phi(\theta) \simeq \frac{\omega R}{c} \left\{ \theta \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{4\omega_0}{\omega} + \psi^2 \right) + \frac{\theta^3}{3} \right\}. \quad (1)$$

Scattered field amplitude:

$$U(\omega, \psi) \propto \omega \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{i\Delta\Phi}{2}} + e^{-\frac{i\Delta\Phi}{2}} \right) d\theta = 2\omega \int_0^{\infty} \cos \frac{\Delta\Phi}{2} d\theta \propto \omega^{2/3} \text{Ai}(x), \quad (2)$$

where $x = \left(\frac{\omega R}{2c} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{4\omega_0}{\omega} + \psi^2 \right)$, and

$\text{Ai}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \left(xt + \frac{t^3}{3} \right) dt$ is the Airy function.

The intensity of a scattered wave: $I = |U|^2 \propto \omega^{4/3} \text{Ai}^2(x)$.

Спектр рассеянных фотонов

To obtain the energy spectrum of scattered photons one takes an integral over the vertical angle ψ and divides the result by $\hbar\omega$:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\hbar\omega} \propto \omega^{1/3} \int_0^\infty \text{Ai}^2(x) d\psi. \quad (3)$$

This integral can be expressed via the primitive of Airy function:

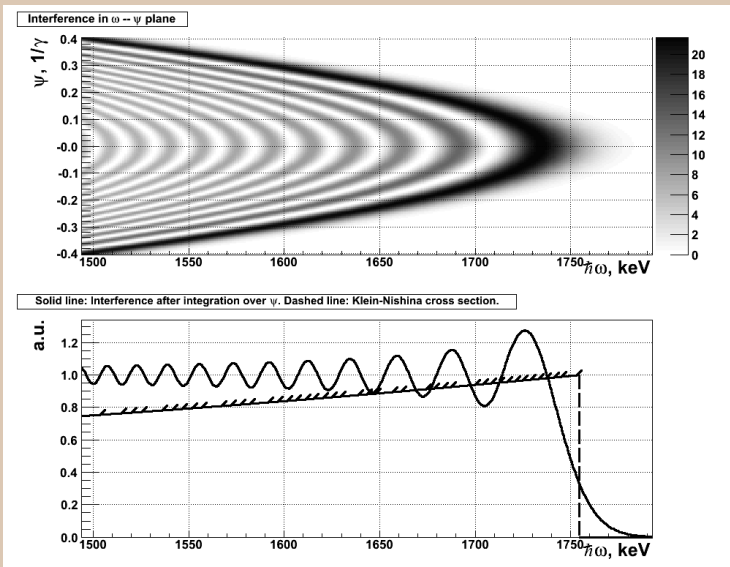
$$\int_0^\infty \text{Ai}^2(a + by^2) dy = \frac{1}{4\sqrt{b}} \int_z^\infty \text{Ai}(z') dz', \quad z = 2^{2/3}a.$$

Hence, the final form of the interference factor is:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\hbar\omega} \propto \int_z^\infty \text{Ai}(z') dz' = \frac{1}{3} - \int_0^z \text{Ai}(z') dz', \quad \text{where} \quad (4)$$

$$z = \left(\frac{\omega R}{c}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{4\omega_0}{\omega}\right). \quad (5)$$

Функция Эйри до и после интегрирования по ψ



Parameters: $\omega_0 = 0.117$ eV, $E_e = 900$ MeV, $R = 140$ cm ($B = 2.144$ T)

Учет отдачи электрона

Quantum recoil account: $\omega \rightarrow \omega \cdot E / (E - \hbar\omega)$.

An electron radius is coupled with its energy and magnetic field strength by the balance between the Lorenz and centrifugal forces: $\beta E = cBR$. It is convenient to perform $R \rightarrow E/cB$ substitution.

Let's introduce new variables:

$$u = \frac{\hbar\omega}{E - \hbar\omega}, \quad \kappa = \frac{4E\hbar\omega_0}{m^2}, \quad \chi = \frac{E}{m B_0},$$

where $B_0 = m^2/\hbar c^2 = 4.414 \cdot 10^9$ T is the Schwinger field strength.

Now z looks like:

$$z = \left(\frac{\omega R}{c}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{4\omega_0}{\omega}\right) \rightarrow (u/\chi)^{2/3} (1 - \kappa/u). \quad (6)$$

V. Ch. Zhukovsky and I. Herrmann. Journal of Nuclear Physics 14 №1 (1971) 150-159
Compton effect and Induced Compton Effect in Constant Electromagnetic Field.

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\hbar\omega} \propto \nu_1 \int_z^\infty \text{Ai}(z') dz' + \nu_2 \text{Ai}'(z) + \nu_3 \text{Ai}(z), \text{ where} \quad (7)$$

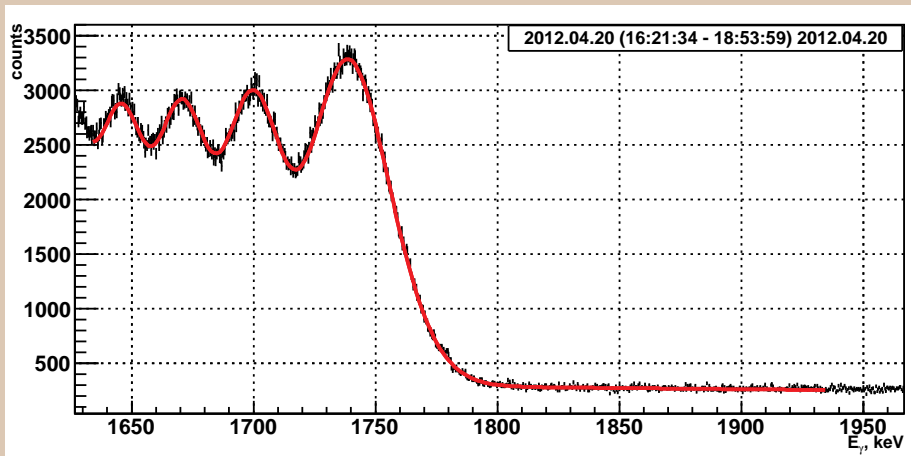
$$\nu_1 = \frac{1}{8} \left\{ 2 + \frac{u^2}{1+u} - 4\frac{u}{\kappa} + 4 \left[\frac{u}{\kappa} \right]^2 - 16 \left[\frac{u}{\kappa} \right]^2 \left[\frac{\chi}{\kappa} \right]^2 \right\},$$

$$\nu_2 = - \left[\frac{u}{\kappa} \right]^{\frac{4}{3}} \left[\frac{\chi}{\kappa} \right]^{\frac{2}{3}} \left\{ 4 \left[\frac{\chi}{\kappa} \right]^2 + \frac{u^2}{2(1+u)} \left[1 + 4 \left[\frac{\chi}{\kappa} \right]^2 \right] \right\},$$

$$\nu_3 = \left[\frac{u}{\kappa} \right]^{\frac{2}{3}} \left[\frac{\chi}{\kappa} \right]^{\frac{4}{3}} \left\{ 2 \left[1 - \frac{u}{\kappa} \right] + \frac{u^2}{1+u} \left[1 - 2\frac{u}{\kappa} \right] \right\}.$$

In our case $u \lesssim 10^{-3}$, $\kappa \lesssim 2 \cdot 10^{-3}$ and $\chi \lesssim 10^{-6}$.

Подгонка спектра



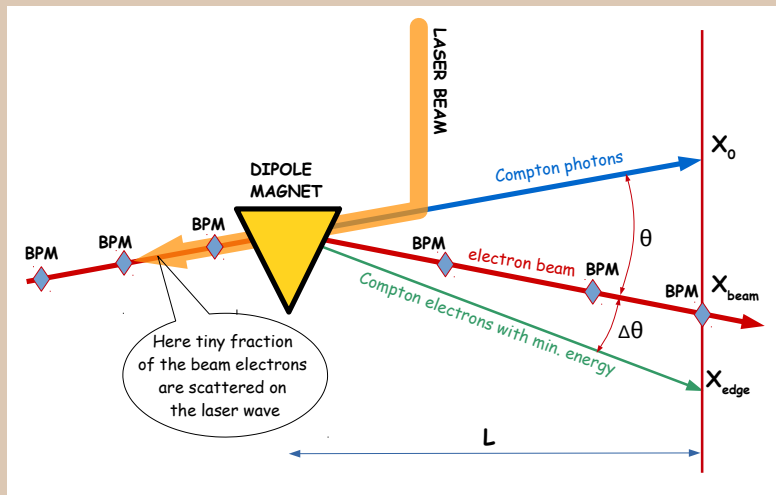
The edge of the energy spectrum with the fit result:

$$\chi^2/NDF = 773.0/745, \text{ Prob.} = 0.231,$$

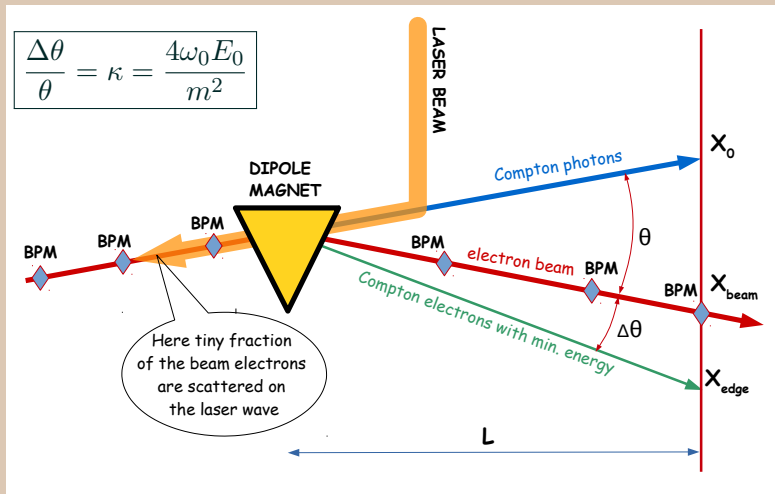
$$E = 993.662 \pm 0.016 \text{ MeV}, B = 2.3880 \pm 0.0044 \text{ T}, \sigma = 810 \pm 40 \text{ ppm}.$$

- 1 Введение
- 2 Интерференция в «УКВ» диапазоне ($\lambda \simeq 10^{-10}$ см)
- 3 Развитие темы для коллайдеров будущего**
- 4 Заключение

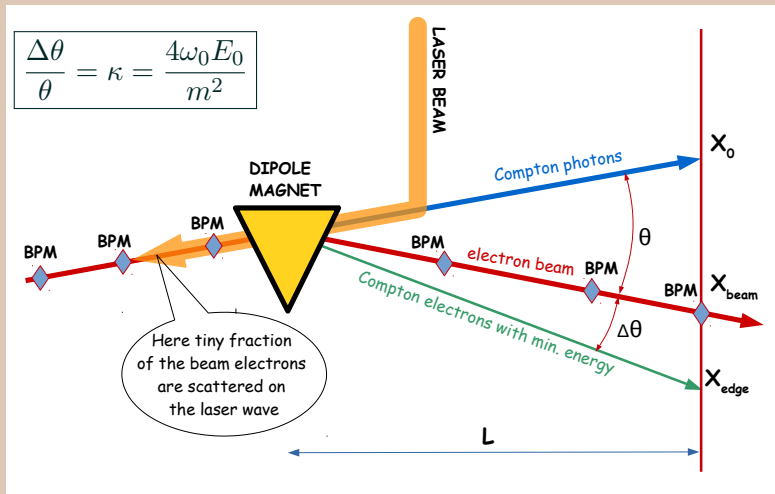
Spectrometer with laser calibration



Spectrometer with laser calibration



Spectrometer with laser calibration

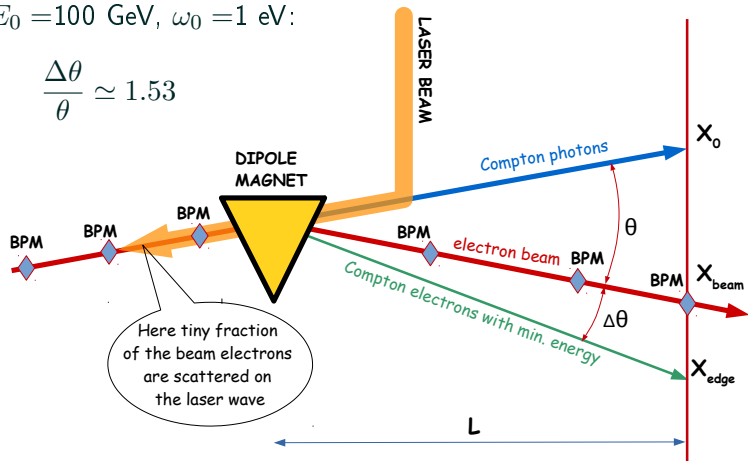


Access to the beam energy: $E_0 = \frac{\Delta\theta}{\theta} \times \frac{m^2}{4\omega_0}$

Spectrometer with laser calibration

$$E_0 = 100 \text{ GeV}, \omega_0 = 1 \text{ eV:}$$

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} \simeq 1.53$$



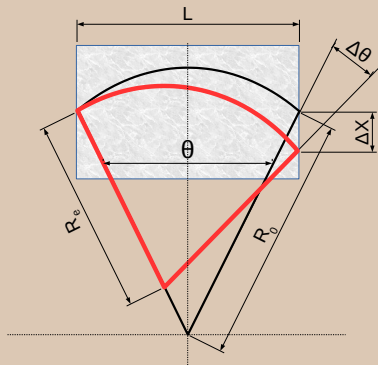
$$\text{Access to the beam energy: } E_0 = \frac{\Delta\theta}{\theta} \times \frac{m^2}{4\omega_0}$$

What do one has from $\Delta\theta$ measurement?

$$\Delta\theta \frac{m^2}{4\omega_0} = \frac{1}{c} \int B dl$$

- $\Delta\theta$ is a measure of a B-field integral along the trajectory which is very close to the beam orbit (see next slides).
 - $\Delta\theta$ is independent of beam energy: fast energy changes may be detected by BPMs. I. e. increase of $\Delta\theta$ measurement time does not influence the beam energy measurement accuracy.
-
- Measurement of θ is outside of this talk. One can have a look at the experience of LEP spectrometer as well as ILC beam energy spectrometer studies.

Two arcs in a dipole of length L



Note that $R_e = R_0 / (1 + \kappa)$.

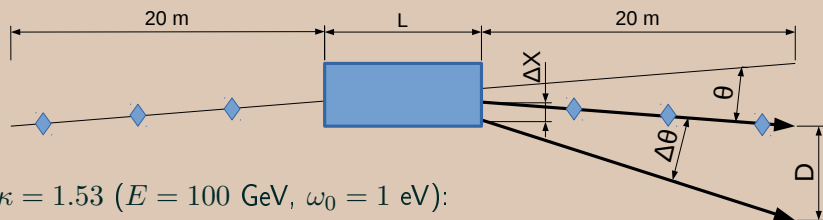
S_0, R_0 – black arc length & radius,
 S_e, R_e – red arc length & radius. So

$$S_0 = 2R_0 \arcsin \left[\frac{L}{2R_0} \right] \text{ and}$$

$$S_e = 2R_e \arcsin \left[\frac{\sqrt{L^2 + \Delta X^2}}{2R_e} \right],$$

$$\text{where } \Delta X = \sqrt{R_e^2 - \left[\frac{LR_e}{2R_0} \right]^2} - \sqrt{R_e^2 - \left[L - \frac{LR_e}{2R_0} \right]^2}.$$

Apparatus: general consideration



Let $\kappa = 1.53$ ($E = 100$ GeV, $\omega_0 = 1$ eV):

θ mrad	$\Delta\theta$ mrad	L m	ΔX mm	$\Delta S/S$	D mm
1	1.53	10	3.83	$2.59 \cdot 10^{-7}$	46
2	3.06	10	7.65	$1.04 \cdot 10^{-6}$	92
1	1.53	5	1.91	$2.59 \cdot 10^{-7}$	46
2	3.06	5	3.83	$1.04 \cdot 10^{-6}$	92

$$\Delta S/S \propto \kappa\theta \quad \text{a)}$$

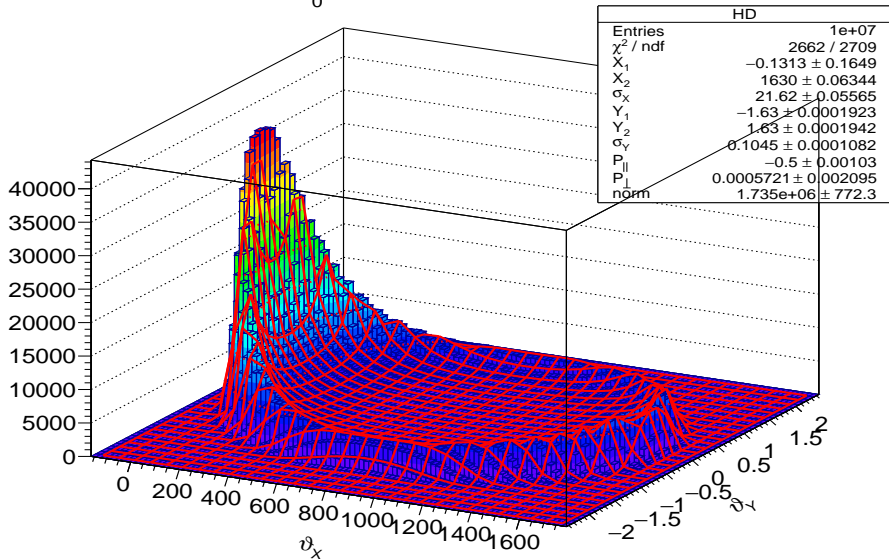
$$\Delta X \propto \kappa\theta \cdot L_{dipole} \quad \text{b)}$$

$$D \propto \kappa\theta \cdot L_{arm} \quad \text{c)}$$

An ideal case: a) small angle; b) short dipole; c) long arm.

200×100 pixels “detector”. $\xi_{\perp}\zeta_{\parallel} = -0.5$

$\kappa = 3.26, \vartheta_0 = 500, P = [0.0, 0.0, -0.5, 0.0]$



Fit results. $\xi_{\perp}\zeta_{\parallel} = -0.5$

X fit range is [200 : 1650]

200 horizontal bins means resolution $\sigma_X/X \simeq 0.005/\sqrt{12} = 0.14\%$

FCN=2662.5 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 257 CALLS 258 TOTAL
EDM=3.9346e-08 STRATEGY=1 ERROR MATRIX UNCERTAINTY 0.8 per cent

NO.	NAME	VALUE	ERROR	Remark
1	X_1	-1.3130e-01	1.64882e-01	$\Delta X_1/X_2 \simeq 1.0 \cdot 10^{-4}$
2	X_2	1.62998e+03	6.34381e-02	$\Delta X_2/X_2 \simeq 3.9 \cdot 10^{-5}$
3	σ_X	2.16201e+01	5.56481e-02	horizontal beam size
4	Y_1	-1.6298e+00	1.92272e-04	vertical axis
5	Y_2	1.62973e+00	1.94174e-04	vertical axis
6	σ_Y	1.04485e-01	1.08179e-04	vertical spread
7	P_{\parallel}	-5.0003e-01	1.02951e-03	$P_{\parallel} = -0.500 \pm 0.001$
8	P_{\perp}	5.72060e-04	2.09542e-03	$P_{\perp} = 0.000 \pm 0.002$
9	norm	1.73486e+06	7.72345e+02	

- 1 Введение
- 2 Интерференция в «УКВ» диапазоне ($\lambda \simeq 10^{-10}$ см)
- 3 Развитие темы для коллайдеров будущего
- 4 Заключение

Заключение

- 1 На основе процесса обратного комптоновского рассеяния лазерного излучения созданы установки для прецизионного измерения энергии пучков на накопителях и коллайдерах ВЭПП-4М, ВЕРС-II, ВЭПП-3, ВЭПП-2000.
- 2 С использованием этого метода были проведены наиболее точные измерения массы τ -лептона, измерен влад двух-фотонного обмена в упругое рассеяние электронов и позитронов на протоне.
- 3 Экспериментально обнаружен эффект влияния сильного магнитного поля на кинематику комптоновского рассеяния.
- 4 Предложен метод калибровки магнитного спектрометра для измерения энергии пучков на будущих коллайдерах высоких энергий – ILC, FCCee, CEPC...

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ