

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ

Программа 1.1. Исследования в области алгебры и математической логики

Теория алгоритмов активно разрабатывается математическим сообществом. Перспективным направлением является изучение алгоритмической сложности определимых отношений и орбит в теории конструктивных моделей, которое развивается в Институте математики им. С. Л. Соболева. Совместно с американскими исследователями было получено синтаксическое описание универсальных аналитических отношений на вычислимых структурах. Найдены синтаксические условия простоты и гиперпростоты на вычислимых структурах. Удалось построить конструктивные описания аналитических свойств элементов, не зависящие от конкретной реализации на вычислительной машине, и алгоритмы, позволяющие найти полную систему их арифметических аппроксимаций, определяющих сложность модели (рис. 1).

В Институте математики им. С. Л. Соболева построено представление алгебраической семантики паранепротиворечивой логики Нельсона в терминах алгебр Гейтинга с выделенными фильтром и идеалом. Описана общая структура решетки расширений этой логики через выделение важнейших подклассов логик и соотношения между этими подклассами.

Найдена полная характеристика стабильно определимых классов полных теорий.

Доказана алгоритмическая разрешимость классического объекта теории чисел — кольца аделей.

Решена задача Улама о точном представлении группы вращений трехмерного евклидо-

ва пространства и, более общо, — линейных групп Ли перестановками счетного множества.

Описаны картеровы подгруппы в классических линейных группах. В частности, доказано, что никакая простая группа не может быть группой минимального порядка, содержащей несопряженные картеровы подгруппы.

Завершена классификация холловых подгрупп в конечных почти простых группах.

Классифицированы ограниченные алгебраические множества над свободной алгеброй Ли.

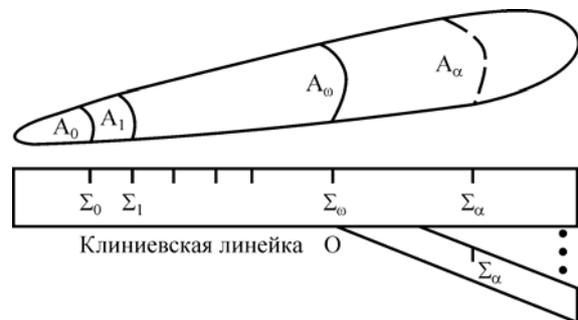


Рис. 1. Иллюстрация универсально-аналитических отношений в вычислимых моделях для соответствующих конструктивных ординалов из системы обозначений Клини. A_ω — свойства элементов модели уровня ω и Σ_ω — система расширяющихся конструктивных языков, ω — ординал (конструктивное обобщенное число).

Fig. 1. Picture illustrates universal analytical relations on a computable structures for corresponding computable ordinals from the Kleene's notation system O . Here A_ω denotes some property of the elements of a structure of the level ω and Σ_ω denotes the system of expanding computable languages (ω is a computable ordinal).

Программа 1.2. Разработка проблем геометрии и топологии

В Институте математики им. С. Л. Соболева доказана интегрируемость задачи n -центров при больших энергиях.

В том же Институте установлены существование и единственность арифметического орбифолда минимального объема в каждом

четномерном пространстве Лобачевского. Дана эффективная процедура построения такого орбифолда.

Оператор Дирихле—Неймана распространен на внешние дифференциальные формы на

компактном римановом многообразии с краем. Получена формула, выражающая числа Бетти многообразия в терминах этого оператора.

Программа 1.3. Разработка вопросов математического анализа, теории дифференциальных уравнений и математической физики

В Институте математики им. С. Л. Соболева получен аналог свойства среднего арифметического гармонических функций для отображений, близких к гармоническим. Доказаны теоремы об устойчивости в формуле Пуассона для гармонических отображений и о локальном сглаживании квазигармонических отображений.

Для произвольного ассоциативного коммутативного кольца установлено тождество, связывающее произвольные конечные семейства элементов кольца и его дифференциальных операторов.

Найдены условия регулярности марковских полугрупп на абстрактных L_1 -пространствах.

Получена оценка условной устойчивости решения трехмерной обратной задачи для уравнений Максвелла об определении коэффициентов диэлектрической проницаемости и проводимости.

Построена гидродинамическая модель водонефтяных слоистых систем в присутствии газа. Установлена принципиальная возможность разрушения таких систем вследствие параметрического резонанса при малых периодических воздействиях. Для соответствующих дифференциальных уравнений с частными производными найдены условия возникновения параметрического резонанса и описаны границы областей динамической неустойчивости.

Программа 1.4. Исследования в области теории вероятностей и математической статистики

В Институте математики им. С. Л. Соболева найдена асимптотика вероятностей больших уклонений для случайных блужданий с разнораспределенными скачками в схеме серий.

Результаты включают в себя так называемые переходные явления, когда изучаются случайные блуждания со сходящимся к нулю сносом.