

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН ДВИЖЕНИЕМ ЗАТОПЛЕННОГО ГРУНТА ¹

Л. Б. Чубаров, З. И. Федотова, С. В. Елецкий
Институт вычислительных технологий СО РАН
Россия, Новосибирск
e-mail: zf@ict.nsc.ru

Аннотация

Рассмотрены некоторые вопросы математического моделирования волнового режима на поверхности акватории, обусловленного подводным гравитационно-оползневым процессом. Построена вычислительная модель генерации и трансформации волн, вызванных перемещением участков донной поверхности. Проведены численные эксперименты, показавшие принципиальную возможность воспроизведения характерных особенностей волнообразования в рамках приближенных гидродинамических моделей: наличие предшественников в виде волн денивеляции, перестройку волнового процесса в момент остановки оползня и др. Определены особенности процессов, связанные с учетом нелинейных и дисперсионных характеристик среды.

1 Введение

В научной литературе последних лет содержатся достаточно убедительные свидетельства того, что ключевым механизмом образования аномальных волн цунами в прибрежных зонах мирового океана являются крупномасштабные подводные гравитационно-оползневые процессы [1, 2, 3]. Математическое моделирование генерации волн такой природы сводится к описанию динамики приведенных в движение затопленных масс грунта и к решению гидродинамической задачи о возникающих при этом поверхностных волнах. Масштабы временных и (или) пространственных характеристик гравитационных литодинамических процессов различны, поэтому говорить об универсальных моделях не имеет смысла.

К настоящему времени известно несколько подходов к моделированию движения оползневых явлений. В ряде работ работ [2, 3, 4] оползень рассматривается как твердое тело, не подвергающееся деформации. Предприняты попытки рассмотрения оползня как некоторой упруго-пластической среды, перемещающейся как с учетом взаимодействия с окружающей жидкостью, так и без него [5]. Для некоторых оползневых структур перспективным представляется моделирование явления в рамках двухслойной жидкости различных плотностей и коэффициентов вязкости [6, 7].

Для построения численных моделей явления необходимо обладать согласованными математическими моделями движения грунта и течения воды со свободной поверхностью. В настоящей работе обсуждаются отдельные аспекты разработки и исследования гидродинамической компоненты комплексной модели. Предполагается, что явление имеет длинноволновую природу, и поэтому моделирование поверхностных волн

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 03-05-64108, а также Программы интеграционных исследований СО РАН, грант 2003-5.

в идеальной несжимаемой жидкости проведено традиционным способом — в рамках иерархии моделей мелкой воды различного порядка гидродинамической аппроксимации (линейные, нелинейные и нелинейно-дисперсионные системы уравнений). Алгоритмы расчётов базируются на конечно-разностных методах. Для гиперболических уравнений использованы схемы типа Мак-Кормака со специальной подгонкой правой части, для нелинейно-дисперсионных уравнений построены схемы второго порядка аппроксимации, содержащие ряд управляющих параметров, позволяющих учитывать или не учитывать нелинейные и дисперсионные эффекты, а также избирательно применять процедуру сглаживания.

В качестве первого шага была построена и реализована вычислительная модель генерации длинной волны движущимся по дну объектом в одномерной постановке. Изучена зависимость параметров генерируемой волны от формы и размеров этого объекта, а также от закона его. Профиль дна образован совокупностью горизонтальной и наклонных поверхностей. Опыт, полученный в результате этих экспериментов, позволил авторам воспроизвести результаты лабораторных экспериментов, в которых оползень моделировался специально организованным перемещением твердого "полуэллипса". Рассмотрены также иные способы описания движения оползня.

2 Математические модели

Математическая модель генерации литодинамическими явлениями волн на поверхности тяжелой жидкости состоит из двух частей: это система уравнений гидродинамики для описания собственно волнообразования и тот или иной способ задания динамики донной поверхности, обусловленной обвальными оползневыми процессами.

В данной работе рассмотрим два примера описания движения затопленных масс грунта. В первом из них динамика оползня моделируется перемещением по дну канала твердого тела, во втором — описывается в рамках упругопластической модели, численная реализация которой осуществлена с помощью пакета "FLAC"И. Гарагашем и Л. Лобковским (Институт океанологии РАН), любезно предоставившими необходимые данные для описания динамики донной поверхности. В обоих случаях характерные параметры процессов таковы, что для описания генерации волн можно использовать классические модели длинноволновой гидродинамики.

Математическое моделирование волнообразования движением по ровному дну объектов, представляющих собой недеформируемые тела регулярной геометрической формы, является начальным этапом исследования поверхностных волн, инициированных динамикой дна. Численные эксперименты позволяют оценить основные параметры возникающего волнового режима в зависимости от формы, размеров, закона перемещения затопленной массы грунта и, тем самым, определить принципиальную возможность существования такого механизма генерации аномальных волн цунами. Эта задача была также использована для проведения методических расчетов, в ходе которых определялись свойства применяемых численных моделей и особенности воспроизведения ими генерации волн под действием равномерных и равноускоренных перемещений объектов по дну с до-, сверх- и критическими скоростями.

В качестве математических моделей использованы линейная, нелинейная и нелинейно-дисперсионная системы уравнений мелкой воды, обобщенные на случай нестационарной донной поверхности [8]. Здесь рассмотрен случай одной пространственной переменной. Нелинейные уравнения мелкой воды, с перспективой использования их

для моделирования наката цунами на берег, взяты в дивергентном виде:

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= 0, \\ (hu)_t + (hu^2 + gh^2/2)_x &= ghH_x, \end{aligned} \quad (1)$$

где u — усредненная скорость течения, h — полная глубина жидкости: $h = \eta + H$, η — возвышение свободной поверхности, H — глубина канала с невозмущенной жидкостью. Все перечисленные величины суть функции от переменных x, t . Глубину H представим в виде $H(x, t) = \tilde{H}(x) - b(x, t)$, причем $b(x, t) = 0$ при $t = 0$. Функция $b(x, t)$ предполагается известной и описывает динамику донной поверхности. Используя эти же переменные, запишем нелинейно-дисперсионную систему уравнений:

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= [\tilde{H}\tilde{H}_x(1/2\tilde{H}_x u + 1/6\tilde{H}u_x - 1/2b_t)]_x, \\ u_t + uu_x + g\eta_x &= [\tilde{H}(1/3\tilde{H}u_{tx} + 1/2\tilde{H}_x u_t - 1/2b_{tt})]_x. \end{aligned} \quad (2)$$

Члены в правых частях этих уравнений, имеют порядок $O((H_0/L)^2)$ и описывают дисперсию (H_0 и L — характерные глубина и горизонтальный размер). Так как в правой части уравнения движения системы (2) содержатся производные по времени от скорости, то для построения конечно-разностной аппроксимации перепишем эту систему в виде:

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= P_x, \\ W_t + uu_x + g\eta_x &= Q_x, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} P &= \tilde{H}\tilde{H}_x(1/2\tilde{H}_x u + 1/6\tilde{H}u_x - 1/6b_t), \\ W &= u - (1/3\tilde{H}^2 u_x + 1/2\tilde{H}\tilde{H}_x u)_x, \quad Q = -1/2b_{tt}. \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что в случае ровного дна $H(x, t) = \text{const}$ эти уравнения переходят в известные уравнения Перегринна ([9]).

Для аппроксимации системы уравнений (1) использована известная схема Мак-Кормака. Для нелинейно-дисперсионных уравнений (3) была модифицирована разностная схема, изученная в [10]. Обе схемы имеют второй порядок аппроксимации. Для устранения нефизических высокочастотных осцилляций применялась процедура сглаживания.

3 Численные эксперименты

Для тестирования численного метода рассмотрены три задачи. В начале изучена генерация волн, обусловленная перемещением недеформируемых тел по дну канала постоянной глубины. Проведенные расчёты дают также возможность оценить основные параметры волны в зависимости от формы и размеров тела, от закона его движения, а также сопоставить результаты, полученные по разным численным моделям, и тем самым изучить вклад диссипации и дисперсии в качественные и количественные характеристики процесса волнообразования. При моделировании генерации поверхностных волн сходом оползня по береговому склону рассмотрены две модели движения грунта.

Тест 1

В качестве движущихся по ровному дну объектов выбраны тела трех геометрических форм: прямоугольник, верхняя половина эллипса (полуэллипс) и возвышение,

образованное синусоидой, поднятой на высоту амплитуды, на длине своего периода (синусоидальная шапочка). При использовании в качестве движущегося объекта прямоугольника функция $H = H(x, t)$ имеет разрывы первого рода. В случае полуэллипса функция $H = H(x, t)$ является непрерывной, однако её частная производная по x в точках соприкосновения с линией ровного дна разрывна. С помощью синусоиды удастся задать гладкую по переменной x функцию $H(x, t)$. Кроме того, были рассмотрены тела, форма которых задавалась с помощью сглаженных прямоугольников. Варианты начального профиля дна показаны на рис. 1 ((a) – прямоугольник, (b) – полуэллипс, (c) – синусоидальная шапочка, (d) – сглаженный прямоугольник). Рассмотрены два типа движений: равномерное и равноускоренное. Следуя предположению о недеформируемости тела, закон его движения можно ассоциировать с законом движения центра массы. При равноускоренном движении перемещение центра массы происходит по закону $x(t) = x_0 + 1/2a_0t^2$, где x_0 – его начальное положение, $a_0 = \text{const}$ – ускорение. Равномерное движение объекта задается формулой $x(t) = v_0t$, $v_0 = \text{const}$ – скорость перемещения тела. По простейшему некоторого времени предполагается остановка тела.

В зависимости от формы движущегося объекта, а также от закона движения и значений скорости и ускорения возникают разнообразные волновые режимы. Поэтому мы уменьшили число параметров задачи, выбрав размеры объекта примерно такими же, как в работе [2], где подобные задачи изучались как численно, так и экспериментально. Для удобства было выполнено стандартное обезразмеривание с использованием глубины канала H_0 и длины движущегося тела l_0 . На рис. 1 показан фрагмент области течения. Геометрические размеры задачи таковы: длина канала L_0 равна пяти единицам, глубина канала и длина тела равны единице, его высота – 0.1, значение ускорения при обезразмеривании изменяется в l_0/c_0^2 раз и равно $a_0 = 0.26$ (согласно [2]).

Рис. 2 демонстрирует зависимость параметров генерируемой волны от формы движущегося тела. Несмотря на одинаковые характерные размеры тел, амплитуды волн существенно различаются. Чтобы избежать высокочастотных колебаний в случае "прямоугольной" подвижки форма движущегося объекта сглаживалась с использованием фрагментов синусоиды. При этом зона сглаживания занимает всего по три ячейки слева и справа, что обеспечивает достаточно гладкую форму дна. Такой способ избавления от осцилляций оказался значительно эффективнее пошагового сглаживания решения разностной схемы. Заметим, что все применяемые модели, особенно нелинейно-дисперсионные, весьма чувствительны к гладкости правых частей соответствующих систем дифференциальных уравнений, то есть к гладкости функций, задающих форму дна. Так при замене полуэллипса сильно сглаженным прямоугольником (ширина сглаживания прямоугольника с каждой стороны равна четверти его длины) полученные решения (рис. 3) близки по размаху амплитуды. Соответствующие численные эксперименты показывают монотонную зависимость амплитуды от ширины сглаживания, однако по форме волновые профили различаются. На рис. 4 показаны расчеты для разных значений ускорения тела a_0 . В рассмотренных пределах изменения a_0 , близких к реальным (см. [2]), наблюдается монотонная зависимость амплитуды от величины ускорения.

На рис. 2–4 изображены мареграммы в точке M1.

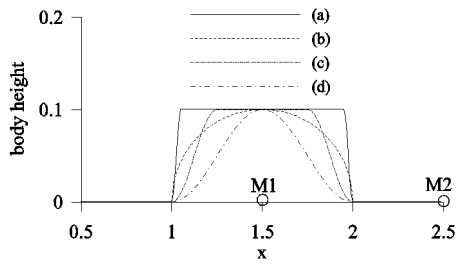


Рис. 1: Геометрические формы придонных объектов. M1 и M2 – точки размещения мареографов.

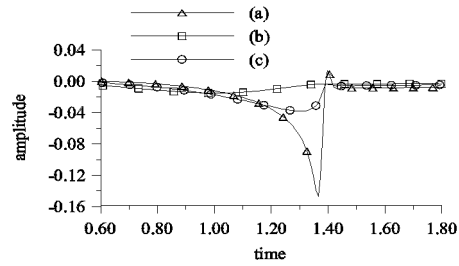


Рис. 2: Мареограммы в точке M1 для разных форм движущегося тела: (a) – "прямоугольник", (b) – "полуэллипс", (c) – "синусоида". Модель NL .

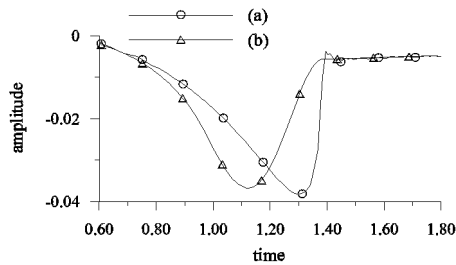


Рис. 3: Мареограммы в точке M1 для "полуэллипса" (a) и "сглаженного прямоугольника" (b). Модель NL .

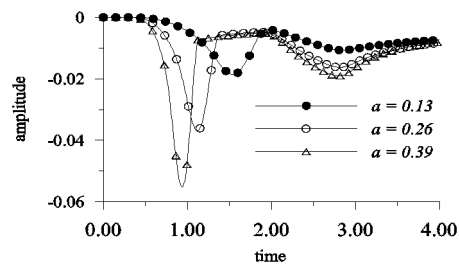


Рис. 4: Мареограммы в точке M1 при различных значениях ускорения тела ("сглаженный прямоугольник"). Модель NL .

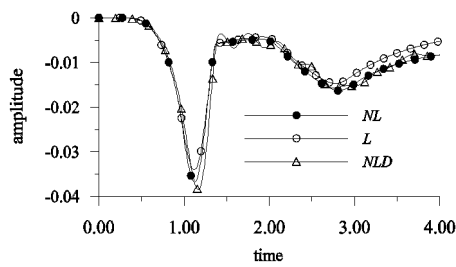


Рис. 5: Мареограммы в точке M1 для различных моделей ("сглаженный прямоугольник").

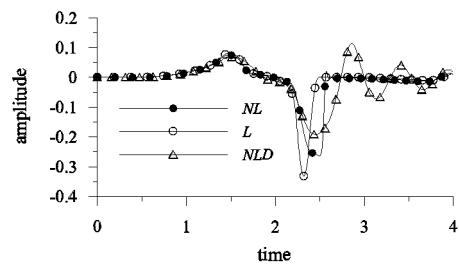


Рис. 6: Мареограммы в точке M2 для различных моделей ("сглаженный прямоугольник").

Рисунки 5 и 6 демонстрируют численные решения, полученные по линейной (L), нелинейной (NL) и нелинейно-дисперсионной (NLD) моделям. Из приведенных графиков видно, что нелинейность и дисперсия, вначале незначительные, начинают проявляться по мере продвижения тела. Следует отметить, что после остановки движения тела образуется волна, идущая в сторону, противоположную движению тела. Характер волнообразования при $a_0 = 0$, $v_0 = \text{const}$ несколько иной. При скоростях v_0 , больших \sqrt{gH} , волна повышения практически повторяет форму движущегося тела, что особенно проявляется при движении объекта на небольшой глубине. При малых скоростях перемещения тел $v_0 \ll \sqrt{gH}$, возмущение свободной поверхности незначительно.

Тест 2

Выбор второй задачи для исследования разрабатываемой методики обусловлен тем, что ее численно и экспериментально изучали в работах [2, 3]. Здесь рассматривается процесс генерации волны сползающим по склону оползнем, который моделируется твердым полуэллипсом, движущимся равноускоренно со специально подобранным, близким к реальному, ускорением.

Геометрия задачи показана на рис. 7. Наклонная плоскость формирует береговой склон. Начало координат расположено в точке линии уреза, положительное направление оси Ox ориентировано в сторону моря. Половина эллипса аппроксимирует начальную форму оползня. Угол наклона θ равен 5° , длина b и толщина T оползня равны, соответственно, 1000 и 17.4 метров. В точке x_g над серединой оползня установлен мареграф. Ускорение тела, согласно [2], равно $a_0 = 0.26$ м/сек². В численном эксперименте длина канала равнялась 20000 метров, а число узлов расчетной сетки — 1001. На рис. 8 показаны амплитуды волн, определенные в расчетах по разным моделям. Полученные результаты качественно совпадают с результатами вычислительных и лабораторных экспериментов расчётами из работы [2].

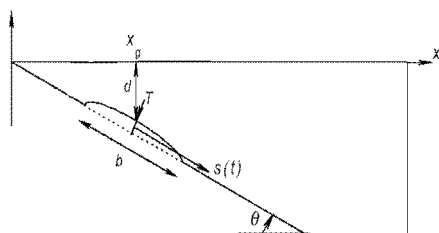


Рис. 7: Схема второй тестовой задачи.

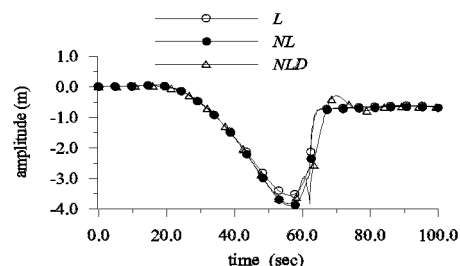


Рис. 8: Мареограммы в точке x_g для различных моделей.

Тест 3

Третий тест связан с моделированием образования волны сходом подводного оползня, описанным в рамках упругопластической модели [5]. Начальная геометрия задачи такова: неизменяющиеся участки дна А и С состоят из горизонтальных сегментов длиной 1000 метров и 6000 метров, соответственно. На участке В длиной 2200 метров, расположенном между ними, происходит деформация дна — сход подводного оползня. Для расчёта движения подводного оползня в работе [5] была использована методика, позволяющая не только учитывать механические свойства слагающих оползень компонент, но и детальную структуру оползневого тела. Для адаптации полученных данных к применяемым здесь численным алгоритмам производилось интерполирование по пространственной переменной и времени. Деформация дна длилась 48 секунд, общая протяжённость горизонтального участка — 9200 метров, высота склона, с которого происходит сход подводного оползня — 300 метров. На рис. 9 изображена геометрия задачи. В начальный момент времени жидкость покоится, толщина слоя воды над сегментом А равна 5 метрам, над сегментом С — 305 метрам. Количество узлов по пространственной переменной в расчётах равнялось 921. Физическое время процесса — 100 секунд.

На рис. 10–12 показана динамика свободной поверхности, рассчитанная с помощью различных моделей мелкой воды и позволяющая судить об общем характере течения. Рисунки 10 и 11 показывают результаты расчётов по линейной и нелиней-

ной моделям (схема Мак-Кормака). На рис. 12 изображены профили, полученные по NLD-модели. Для устранения нефизических осцилляций применялась процедура сглаживания, почти не оказывающая влияние на амплитуды основных волн (коэффициент аппроксимационной вязкости был равен $1/2^4$).

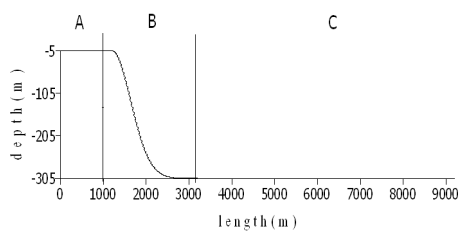


Рис. 9: Схема третьей тестовой задачи.

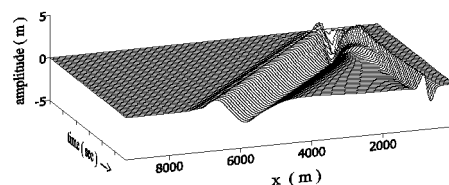


Рис. 10: Динамика волнового профиля. Модель L .

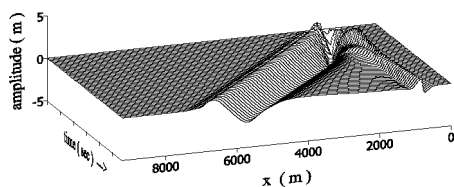


Рис. 11: Динамика волнового профиля. Модель NL .

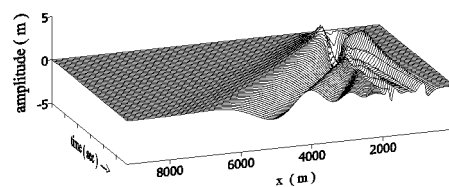


Рис. 12: Динамика волнового профиля. Модель NLD .

Следует отметить, что моделируемое явление обычно происходит в прибрежной зоне, где эффекты нелинейности и дисперсии достаточно велики. Об этом говорят общие теоретические соображения. Именно поэтому чрезвычайно важным оказывается возможность сопоставления результатов, полученных по разным моделям, а также изучение влияния искусственной диссипации на качественные и количественные характеристики волнообразования. Полученные результаты продемонстрировали хорошо известный наблюдателям эффект понижения уровня, предшествующего появлению у берега волны с положительной амплитудой. Как и ожидалось, основные различия в описании волновой картины на поверхности прибрежной акватории разными гидродинамическими моделями, наблюдаются в "мористой" ее части и связаны с характеристиками волн, направляющихся в сторону увеличения глубины.

4 Заключение

Выполненные численные эксперименты показывают принципиальную возможность воспроизведения характерных особенностей исследуемых процессов в рамках приближенных гидродинамических моделей. Выявлен эффект существенной перестройки волнового процесса в момент остановки оползня. Обнаружено, что в момент остановки движения оползня или его замедления образуются волны возвышения, идущие в сторону, противоположную движению оползня. Этим волнам предшествует волна понижения. Определены области проявления нелинейных и дисперсионных свойства исследуемых процессов.

Список литературы

- [1] Егоров Ю.О. Некоторые особенности формирования подводных каньонов на континентальном склоне Восточной Камчатки // Геодинамика и вулканизм Курило-Камчатской островодужной системы. Петропавловск-Камчатский: ИВГ иГ ДВО РАН, 2001.
- [2] Watts P., Imamura F., Grilli S.T. Comparing model simulations of three benchmark tsunami generation cases // Science of Tsunami Hazards. 2000. Vol. 18. No. 2. P. 107–123.
- [3] Watts P., Grilli S.T. Tsunami generation by submarine mass failure. Part I: Wavemaker models // Submitted J. Waterway Port Coastal and Ocean Engineering. 2003.
- [4] Harbitz C., Pedersen G. Model theory and analytical solutions for large water waves due to landslides // Preprint Series, Dept. of Mathematics, Univ. of Oslo, No. 4. 1992.
- [5] Гарагаш И.А., Лобковский Л.И. Геометрическая оценка оползневых процессов и их мониторинг на склонах Чёрного моря в связи с реализацией проекта "Голубой поток", Материалы VI Международной научно-технической конференции "Современные методы и средства океанологических исследований". Москва. 2000. С.5–15.
- [6] Imamura F., Imteaz M.M.A. Long waves in two-layers: Governing equations and numerical model// Science of Tsunami Hazards. 1995. Vol. 13. P. 3–24.
- [7] Jiang L., LeBlond P.H. Numerical modeling of an underwater Bingham Plastic mudslide and the waves which it generates // J. Geoph. Res. 1993. Vol. 98. No. C62. P. 10303–10317.
- [8] Дорфман А.А., Яговдик Г.И. Уравнения приближенной нелинейно-дисперсионной теории длинных волн, возбуждаемых перемещениями дна и распространяющихся в бассейне переменной глубины // Числен. методы мех. сплошной среды. 1977. Т. 8. № 1. С.36–48.
- [9] Peregrine D.H. Long waves on a beach // J. Fluid. Mech. 1967. Vol. 27. Pt. 4. P. 815–827.
- [10] Fedotova Z.I., Pashkova V.Yu. On the numerical modeling of the dynamics of weakly nonlinear waves with dispersion // Russ. J. Number. Anal. Math. Modeling. 1995. Vol.10. No. 5. P.407 – 424.