ВЛИЯНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОПТИМАЛЬНУЮ КОНСТРУКЦИЮ МНОГОСЛОЙНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Э. А. Бондарев, В. А. Будугаева

Институт физико-технических проблем Севера СО РАН, Якутск, Россия

Рассмотрение выполнено на примере многослойной сферической оболочки, в которой механические свойства, толщина и положение каждого слоя зависят от его номера. Целевая функция при оптимальном проектировании соответствует максимальному демпфированию собственных колебаний. Математическая формулировка задачи с учетом принципа соответствия имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = \rho\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\sigma_r = \left(\bar\lambda + 2\bar\mu\right)\frac{\partial u}{\partial r} + 2\bar\lambda\frac{u}{r}$$

$$\sigma_\phi = 2\left(\bar\lambda + \bar\mu\right)\frac{u}{r} + \bar\lambda\frac{\partial u}{\partial r}, \quad R_1 < r < R_2$$

$$\sigma_r\left(R_1\right) = \sigma_r\left(R_2\right) = 0$$

Здесь R_1, R_2 - внутренний и внешний радиусы оболочки; $\bar\lambda$, $\bar\mu$ - вязкоупругие операторы, соответствующие параметрам Ламе, которые с помощью метода замораживания / 1 / можно представить следующим образом:

$$\bar\lambda_n = \lambda_n \cdot \left[1 - \Gamma^c_{\lambda n}(\varpi_R) - i\cdot\Gamma^s_{\lambda n}(\varpi_R)\right]$$

$$\bar\lambda_n + \frac{2}{3}\bar\mu_n = K_n$$

$$\Gamma^c_{\lambda n} = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau)\cdot\cos(\varpi_R \tau)d\tau$$

$$\Gamma^s_{\lambda n} = \int R_{\lambda n}(\tau)\cdot\sin(\varpi_R \tau)d\tau$$

В этих формулах K - модуль объемной сжимаемости материала, n означает номер слоя, ϖ_R - действительная константа. Для ядра релаксации использовалось следующее выражение / 2 /:

$$R_\lambda = A\exp(-\beta\ t)\,/\,t^{1-\alpha}$$

где A - амплитуда колебаний, α, β - эмпирические константы, определяющие реологические свойства материала.

Для решения задачи оптимального проектирования использовался вычислительный алгоритм, предложенный в работе / 3 /. В вычислениях варьировался только параметр α, а параметры A и β считались постоянными и равными 0.01 и 0.05 соответственно. Величины упругих характеристик и плотность трех заданных материалов приведены в табл.1. Безразмерные внутренний и внешний радиусы оболочки были равны 0.8 и 1.0, соответственно.

В вычислительном эксперименте были получены следующие основные результаты. 1) Если параметр α для всех материалов один и тот же, то оптимальная конструкция будет всегда трехслойной с неизменными относительными толщинами и взаимным расположением слоев (см. рисунок). При этом демпфирующие характеристики оптимальной конструкции незначительно превосходят показатели однослойной конструкции из самого тяжелого материала (см. табл.2, где верхняя строчка для каждого α соответствует однослойной оболочке с $\rho = 4$).2) Если свойства материалов таковы, что α принимает значения 0.8, 0.5, 0.1 соответственно номерам табл.1, то оптимальная оболочка будет из 3-го материала, при этом декремент затухания возрастет в 5.6 раза по сравнению с оболочкой из самого тяжелого материала. Аналогичная ситуация будет иметь место для следующего сочетания: 0.8, 0.1, 0.8. Однако при этом оптимальная конструкция будет из 2-го материала.

Литература

1. Филатов А. Н. Асимптотические методы в теории дифференциальных и интегро – дифференциальных уравнений. – Ташкент: Фан. 1974. – 216с.
2. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высшая школа. 1976. – 277с.
3. Бондарев Э. А., Будугаева В. А., Гусев Е. Л. Синтез слоистых оболочек из конечного набора вязкоупругих материалов// Известия РАН. Механика твердого тела, № 2, 1998.

Табл.1

№	1	2	3
ρ	4	2	1
λ	34	16	6
μ	34	16	6

Табл.2

α	$\mathrm{Re}\,\omega$	$\mathrm{Im}\,\omega \cdot 10^3$
0.8	8.39	4.60
	8.48	4.61
0.5	8.38	9.89
	8.47	9.94
0.1	8.21	30.00
	8.30	30.3

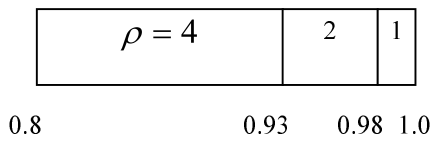

Рисунок. Схема конструкции оболочки.