XV Международная школа-семинар «Информационные технологии в задачах математического моделирования»

СОВРЕМЕННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Панов Д.В.*, Синько В.Г.

Институт прикладной математики

Дальневосточного отделения Российской Академии Наук

ул. Радио, 7, Владивосток, 690041, Россия, E-mail: alekseev@ipm.marine.su

Исследование задач распространения звука в океаническом волноводе имеет важное прикладное значение. Их численное решение связано с рядом трудностей. Первая трудность относится к случаю глубокого океана и связана с наличием большого количества распространяющихся в волноводе мод, которые необходимо учитывать для адекватного описания поля точечного источника. Вторая трудность связана с типичной искривленностью океанических волноводов. Учет ее приводит к необходимости применения дополнительных численных алгоритмов наряду со стандартными алгоритмами вычисления звукового поля, основанном на методе нормальных мод.

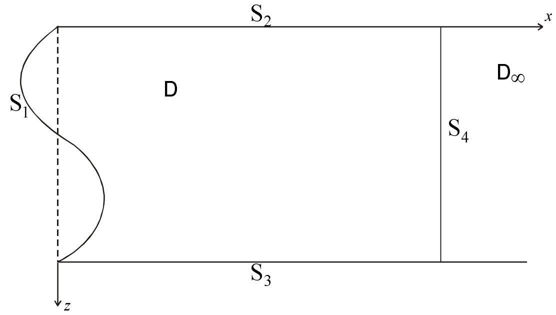

Рисунок 1

Рассмотрим, например, задачу распространения звука в плоском волноводе, изображенного на Рис.1. В предположении, что верхняя граница является абсолютно мягкой, нижняя - абсолютно жесткой, а источники расположены на поверхности S_1, указанная задача описывается уравнениями [1]

$$Lp = \Delta p + k^2(z)p = 0, \quad p \in \Re(D), \tag{1}$$

$$p|_{S_1} = g, \;\; p = 0 \;\text{ при }\; z = 0, \;\; \partial p/\partial n = 0 \;\text{ при }\; z = H \;. \tag{2}$$

Здесь g - заданная граничная функция, $k(z)$ - переменное волновое число, $\Re(D)$ - класс функций в D, удовлетворяющих условиям излучения при $|\mathbf{x}| \to \infty$. Решение p задачи (1), (2) в области D_∞ (дальней зоне) можно представить в виде суммы нормальных мод

$$p(x,z) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{M} c_n \xi_n^{-1} \varphi_n(z_0)\varphi_n(z) e^{i\xi_n(x-x_0)} \;. \tag{3}$$

Здесь коэффициенты c_n определяются по граничной функции g, а ξ_n^2 и $\varphi_n(z)$ - собственные значения, и нормированные собственные функции спектральной задачи

$$\varphi'' + [k^2(z) - \xi^2]\varphi = 0 \;\text{ в }\; (0,H), \;\; \varphi(0) = \varphi'(H) = 0 \,. \tag{4}$$

Напомним, что собственные значения ξ_n^2 можно перенумеровать так, что

$$\sup_{z\in[O,H]} k^2(z) \ge \xi_1^2 > \xi_2^2 > \cdots > \xi_M^2 > 0 \ge \xi_{M+1}^2 \ge \cdots \to -\infty.$$

Здесь число M, характеризующее число распространяющихся мод, зависит от безразмерного параметра $k_0 H$, где k_0 – характерное значение волнового числа. Подчеркнем, что для глубокого океана M может достигать значений $10^3 - 10^4$ и более [1].

Анализ задачи (1), (2) в предположении справедливости гипотезы Рэлея, показывает, что коэффициенты c_n находятся из следующей системы уравнений

$$\int_{S_1} \Psi_n^+ \frac{\partial p}{\partial n} d\sigma = \int_{S_1} g \frac{\partial \Psi_n^+}{\partial n} d\sigma, \quad c_n = \frac{1}{2i\xi_n} \int_{S_1} \left(g \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi_n \frac{\partial p}{\partial n} \right) d\sigma, \ n = 1,2,...,M. \tag{5}$$

Здесь $\Psi_n^+(x,z) = \varphi_n(z)\exp(i\xi_n x)$, $\Psi_n(x,z) = \varphi_n(z)\exp(-i\xi_n x)$. Согласно (5) на первом этапе находится неизвестная функция $\partial p / \partial n$ из первого соотношения в (5) путем решения соответствующей обратной задачи теории моментов. На втором этапе найденная функция $\partial p / \partial n$ подставляется во второе соотношение (5), после чего с помощью численного интегрирования вычисляются искомые коэффициенты c_n. В частном случае, когда граница S_1 прямолинейна, формулы (5) переходят в явные формулы для вычисления коэффициентов c_n, имеющие вид

$$c_n = \xi_n^{-1} \int_0^H g(z)\varphi_n(z)dz.$$

Сложность решения такого типа задач вызывает, с одной стороны, необходимостью нахождения с высокой точностью большого числа $M \approx 10^3 - 10^4$ собственных значений и собственных функций спектральной задачи (4), а с другой стороны, необходимостью решения системы линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленной плотной $M \times M$ матрицей, возникающей после дискретизации первого соотношения в (5). Необходимым элементом при численном решении указанных задач является использование 32-разрядной вычислительной платформы. С учетом этого при компьютерной реализации разработанного алгоритма авторами была использована операционная система Linux.

На современном этапе развития вычислительной техники и новых информационных технологий, задачи такого класса требуют нового подхода к их решению. Одним из таких подходов является распараллеливание алгоритма и его реализация с использованием стандарта MPI (Message Passing Interface) в среде LAM реализованной для операционной системы Linux. LAM это простая, но мощная среда реализации распределенных вычислений MPI стандарта на кластерах персональных ЭВМ, рабочих станций и пр. MPI допускает реализацию прикладных программ на хорошо освоенных языках C и Fortran, для которых имеется много хороших библиотек. Наш алгоритм реализован на языке C и опробован на кластере из двух машин, что позволило повысить скорость прохождения вычислительных экспериментов в несколько раз. Кроме того, применение таких структур данных, как динамические массивы, позволило максимально экономно использовать машинную память, и повысить скорость ряда операций над массивами данных.

Анализу результатов вычислительных экспериментов авторы собираются посвятить отдельную работу.

Литература

1. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.