

## ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MATLAB ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

**К.Н. Волков, В.Н. Емельянов**

*Балтийский государственный технический университет  
(ВОЕНМЕХ) им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

Дифференциальные уравнения являются одним из основных средств исследования научно-технических задач. Достаточно часто проблема численного интегрирования дифференциальных уравнений трактуется лишь как проблема правильной записи реализующей метод решения процедуры из соответствующего пакета математического обеспечения. Однако существует широкий круг задач, где успех применения численного метода связан как с пониманием сути проблемы и качественных особенностей дифференциальных уравнений, так и проведением вычислений с необходимым введением управляющих моментов в вычислительный процесс. К числу таких особенностей можно отнести нелинейность и жесткость краевой задачи, проявляющуюся в формировании пограничного слоя решения.

Основу пакетов прикладных программ, ориентированных на численное решение краевых задач математической физики, составляют методы разностного решения систем дифференциальных уравнений. Основные принципы составления конечно-разностных методов и особенности их реализации на персональном компьютере изложены в [1], [2]. Систематическое использование новых возможностей, предоставляемых современными операционными системами и средствами объектно-ориентированного программирования, требует рассмотрения особенностей решения краевых задач математической физики при помощи таких оболочек.

Развитие математического моделирования связано с созданием новых информационных технологий, ориентированных на использование персональных компьютеров. Современный подход к программной поддержке математического моделирования состоит в применении инструментальных систем и программных сред, предоставляющих широкий набор функциональных и сервисных возможностей и допускающих расширение с учетом специфики решаемых задач.

Одной из наиболее распространенных и популярных систем математических расчетов является среда MATLAB, ставшая фактически стандартом учебного программного обеспечения в области математического моделирования. Система MATLAB обладает рядом преимуществ перед другими программными средами, предназначенными для выполнения научных и инженерных расчетов и визуализации полученных результатов. Среди таких преимуществ можно отметить следующие:

- реализация удобной, универсальной и простой в применении интегрированной среды, которая позволяет формулировать задачи и получать их решение в привычной математической форме, не прибегая к рутинному программированию;
- многофункциональность, простота расширяемости и приспособляемости системы к решению необходимого класса задач;
- использование проблемно-ориентированных функций, предоставляющих широкие возможности для решения задач, характерных для конкретной научной отрасли;
- наличие объектно-ориентированной графической системы (Handle Graphics) и графического интерфейса пользователя (Graphics User Interface);
- возможности высококачественной визуализации двух- и трехмерных графических изображений, мультипликации и звуковой интерпретации данных;

- выполнение вычислений как с плавающей точкой, так и применение символьной обработки данных;

- использование в качестве структур данных векторов и матриц, высокая скорость выполнения встроенных векторных и матричных операторов.

Перечисленные достоинства превращают MATLAB в объектно-ориентированный язык программирования и универсальное средство технических вычислений. В [3] достаточно подробно представлено описание интегрированной среды, приведен синтаксис команд, функций и операторов системы, элементов программирования и отладки. Применение системы MATLAB открывает новые возможности по формализации и реализации конечно-разностных методов решения краевых задач математической физики. В то же время рекомендации и примеры применения среды MATLAB для решения математических задач, сформулированных на языке дифференциальных уравнений, практически отсутствуют.

Системы дифференциальных уравнений являются, как правило, нелинейными, а краевые задачи для них - жесткими. Решение таких краевых задач обычно получается на основе метода линеаризации и проведения итераций по нелинейности. Применение итерационных методов связано с необходимостью обеспечения критериев устойчивости разностной схемы, что во многих случаях накладывает серьезные ограничения на шаг интегрирования. Современным подходом к организации вычислений является использование факторизованных алгоритмов и прямых методов решения систем конечно-разностных уравнений. При этом достаточно часто приходится иметь дело с разреженными матрицами. Использование в системе MATLAB нового типа данных - разреженной матрицы и встроенных функций для работы с такими матрицами (операции хранения, преобразования, упорядочения, графического представления и решения систем линейных уравнений) позволяет с высокой эффективностью и скоростью выполнять вычисления с разреженными матрицами большой размерности и, в частности, реализовать прямые методы решения систем дифференциальных уравнений. Такой подход практически исключает ограничения на критерии устойчивости конечно-разностной схемы.

В рамках единого методического и информационно-технологического подхода реализованы средства геометрического моделирования и построения криволинейных сеток, различные методы решения уравнений Лапласа и теплопроводности, процедуры решения уравнений Навье-Стокса в каверне, решение задач свободной конвекции, расчет струйных течений и течений в пограничном слое, методы моделирования течений в каналах и соплах с учетом турбулентного характера течений и присутствия частиц конденсированной фазы. Созданные программные средства могут быть привлечены для поддержки научных исследований в различных областях, где применяются методы математического моделирования.

Программные разработки использованы на кафедре плазмогазодинамики Балтийского государственного технического университета при подготовке лабораторных практикумов по курсам "Численные методы в механике", "Численное моделирование в механике жидкости и газа", "Моделирование высокоинтенсивных процессов", "Математическое моделирование процессов в аэрокосмической технике".

## Литература

1. Белов И.А., Емельянов В.Н. Разностное моделирование течений газа и жидкости: Учебное пособие. - Л.: ЛМИ, 1982. - 92 с.

2. Емельянов В.Н., Мясоедова О.В. Разностное моделирование течений газа и жидкости: Интенсивный практикум на основе персонального компьютера. - Л.: ЛМИ, 1991. - 142 с.

3. Потемкин В.Г. Система MATLAB. Справочное пособие. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1997. - 350 с.