VI Международная конференция по вычислительным методам
в задачах волновой гидродинамики

ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ В ГИДРОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Ю.З.Алешков

Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия

Волновые движения в гидросфере Земли можно изучать, не учитывая вязкость, теплопроводность и диффузию морской воды. Тогда уравнения движения жидкости относительно вращающейся Земли имеют вид

$$\dot{\bar{v}} + \bar{\Omega} \times \bar{v} = \bar{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p \ , \qquad \dot{\rho} + \rho \ div \ \dot{v} = 0 \ , \qquad \dot{\rho} = c^{-2}(z)\,\dot{p} \ ,$$

где $\bar{\Omega}$ - удвоенная угловая скорость вращения Земли; $\bar{g}$ - ускорение силы тяжести; $c(z)$ - скорость звука.

В случае мелкой воды, малых чисел Кибеля-Россби и приближения β-плоскости задача о волновых движениях имеет следующий вид. Уравнения движения для возмущения давления и вертикальной скорости

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial p'}{\partial z} + \rho_s(z)\,N^2(z)\,W = 0 \quad ,$$

$$\frac{1}{\rho_s f_0}\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\Delta p' + \beta v - f_0\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho_s^2}\,\frac{D(\rho', p')}{D(x,y)} \quad ,$$

Здесь обозначено:

$$u = -\frac{1}{\rho_s f_0}\frac{\partial p'}{\partial y}, \quad v = \frac{1}{\rho_s f_0}\frac{\partial p'}{\partial x}, \quad \rho' = -\frac{1}{g}\frac{\partial p'}{\partial z}.$$

$$N^2 = -\left(\frac{g}{\rho_s}\frac{\partial \rho_s}{\partial z} + \frac{g^2}{c^2}\right) \ , \qquad \beta = \frac{\Omega}{a}\cos\gamma_0 \ ,$$

$\rho_s(z)$ - статистическое распределение плотности; f_0 - параметр Кориолиса; a - радиус Земли; γ_0 - широта места.

Граничные условия:

$$w = \frac{\partial \varsigma}{\partial t} \quad , \qquad p' = g \rho_s \varsigma \quad , \qquad z = 0 \quad ,$$

$$w = u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \quad , \qquad z = -H(x, y) \quad ,$$

где ς - ордината свободной поверхности; H - глубина жидкости.

Эта краевая задача в квазигеострофическом приближении — нелинейная. При $H = const$ ее решение можно искать в виде

$$p' = A(z) e^{i\theta} \, , \qquad w = B(z) e^{i\theta} \, , \qquad \theta = K_1 x + K_2 y - \sigma t \quad .$$

Для определения функций $A(z)$, $B(z)$ получаем краевую задачу

$$i \sigma A' = \rho_s N^2 \, , \qquad \rho_s f_0^2 B' = i \left(\sigma K^2 + K_1 \beta \right) A \, , \qquad K^2 = K_1^2 + K_2^2$$

$$-i \sigma A = g \rho_s B \quad , \quad z = 0 \quad ; \qquad B = 0 \quad , \quad z = -H \quad .$$

Если $\rho_s N = const$, то приходим к уравнению с разделяющимися переменными.
Если составить уравнение для A , то при $N = const$ оно будет иметь постоянные коэффициенты.
При этом $\rho_s = \rho_0 e^{-\alpha z}$ и имеет место дисперсионное соотношение вида

$$th \, \mu H = \frac{\mu}{\dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{g}{N^2} \delta} \quad ,$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \delta} \quad , \qquad \delta = \frac{\sigma K^2 + K_1 \beta}{\sigma} \, \frac{N^2}{f_0^2} \quad .$$