Numerical simulation of development of a non-isothermal turbulent jet in storage pit oil

Zhapbasbayev U.K., Yershin Sh.A., Aisayev S.U.
Al-Faraby Kazakh National University

Increasing requirements to environmental protection acutely put before enterprises of a petroleum industry of republic a problem of a decreasing to a minimum of number of emergencies at a mining and piping of oil.

The storage pit oil is useful hydrocarbon raw, though has undergone severe structural changes. Its high layer has hardened and does not yield to extraction. For picking up condensed medium the thermo - mechanical way of a dilution the oil in a complex with a mobile installation is suggested.

In the report the problem of distribution turbulent non-isothermal, circular jet of a liquid in storage oil is considered.

Mathematical model of process

The circular jet of a liquid with initial temperature T_o, speed U_o and flow rate G_o develops in high-viscosity medium (reservoir of storage pit oil). The ejection velocity is subsonic, temperature of the jet is high (T_o=373K) and allows to preheat high-viscosity medium. For simplicity of the analysis it is supposed, that the liquid of jet has the same physico-chemical property, as well as storage oil, rheological characteristics fits model of a Newtonian liquid. The storage pit oil has temperature (T_w=303K) higher then its chill points, that allows ignoring a melting heat of high-viscosity medium. In process of development of the jet in the reservoir its speed damps and heat introduced by a hot jet preheats high-viscosity medium and invokes a decrease of its viscosity, thereby involves storage oil in motion. The thermal properties of the storage oil are considered as functions from temperature and are obtained by laboratory researches.

The motion of jet is considered turbulent and process of heating of storage oil is stationary.

The non-isothermal flow of fluid in storage oil is described by the system equations of Navier-Stokes, mean on Reynolds:

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial z}+\rho v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon div\vec{V}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_\varepsilon r\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] \quad (1)$$

$$\rho u\frac{\partial v}{\partial z}+\rho v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_\varepsilon r\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_\varepsilon div\vec{V}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]-\frac{2v}{r^2}\mu_\varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v r)}{\partial r}=0 \quad (3)$$

The equation of heat transfer with allowance for dissipations of a kinetic energy of motion can be written as:

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial z}+v\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\Phi \quad (4)$$

Where $\Phi=2\mu_\varepsilon\left[\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{v}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right]+\mu_\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2$ - a dissipation of kinetic energy of motion in heat.

The thermal properties of a liquid were found by results of laboratory researches of storage oil in temperature interval $303K \le T \le 373K$ and were generalized by the way of empirical dependencies:

$$\rho=18{,}5*\exp\left(-\frac{T-T_o}{72}\right)+821{,}5 \text{ (kg/m}^3\text{);}$$

$$\mu = 5{,}511 * \exp(-0{,}1487 * T) + 0{,}005853 \text{ (kg/(m*s))}; \qquad (5)$$
$$\lambda = 0{,}042 * \exp(-0{,}006695 * T) + 0{,}124 \text{ (Wt/(kg*grad)};$$

The thermal capacity c_p of the liquid in temperature range $303K \le T \le 373K$ small changes and remains to a constant c_p=0,23 kG/(kg*grad). It is known that in engineering calculations the model of turbulence will widely be used and allows receiving the enough reliable data.

Therefore coefficient of turbulent dynamic viscosity μ_t is determined on the basis of $(k-\varepsilon)$-model of turbulence intended for low Reynold's numbers Re:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} f_\mu \qquad (6)$$

The differential equations of a kinetic energy of turbulence and speed of the energy dissipation are of the form

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial z} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon \frac{\partial k}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_\varepsilon \frac{\partial k}{\partial r}\right) + P_k - \rho\varepsilon - \frac{2\mu k}{y^2} \qquad (7)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\rho\varepsilon^2}{k} f_e - \frac{2\mu\varepsilon}{y^2} g_e \qquad (8)$$

where f_e, g_e - wall functions:

$$f_e = 1 - 0{,}22 \exp\left(-\frac{\mathrm{Re}_t^2}{36}\right), \quad g_e = \exp(-0{,}5 y_*) \qquad (9)$$

The $(k-\varepsilon)$ - model constants are $C_1 = 1{,}35, C_2 = 1{,}8, C_\mu = 0{,}09, \sigma_\varepsilon = 1{,}3$.

The laminar and turbulent Prandtle numbers Pr, Pr_t were taken equal to 0,9. For convenience of solution of the heat transfer equation is written concerning excess temperature $\theta = (T - T_w)/(T_o - T_w)$, where T_w-temperature of oil in a box of storage.

The boundary conditions of the problem have the form

$$z=0\colon\ 0 \le r \le 1;\ u = f(r);\ v=0;\ k = k(r); \theta = g(r);\ \varepsilon = \varepsilon(r)$$
$$z=0\colon\ 1 < r \le R_w;\ \tau = v = k = \varepsilon = 0;\ -\frac{\partial \theta}{\partial z} = Bio_f \theta; \qquad (10)$$
$$z=L\colon\ 0 < r \le R_w;\ u = v = k = \varepsilon = 0;\ -\frac{\partial \theta}{\partial z} = Bio\,\theta;$$
$$r=0\colon\ 0 \le z \le L;\ \frac{\partial u}{\partial r} = v = \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0; \qquad (11)$$
$$r=R_w\colon\ 0 \le z \le L;\ u = v = k = \varepsilon = 0; -\frac{\partial \theta}{\partial r} = Bio\,\theta.$$

Boundary conditions on high bound (z=0) for axial components of speed, kinetic energy of turbulence and speed of the energy dissipation, excess temperature in an input cross-section of jet (10) corresponds to developed flow of a round turbulent jet. And outside of area of inflowing of jet are imposed conditions on a free surface (equaling to zero point of shearing stress and tangent components of speed). On the lower firm surface (z=L) the conditions of adherence and thermoexchange with environment are established. On the left border (r=0)- condition of symmetry of flow, on the right border (r=R_w) - condition of adherence and thermoexchange with environment

The system of equations with the boundary conditions is solved by the numerical method in variable stream function and vortex intensity.

The finite-difference analogies of the differential equations are obtained by a method of a controlling volume in a difference grid with irregular steps. The grid step in a direction of the OZ axis is crowded near to the input site of jet and bottom of the reservoir. And the grid step on the OR axis is crowded near to border of mixing zone of jet with a liquid of environment and near to a firm lateral wall. In calculations the difference grid (91x61) have been used.
The equations for intensity vortex, heat transfer, kinetic energy of turbulence and speed of the energy dissipation were approximated by a hybrid circuit and calculated by the method of a Gauss - Zeydel. The equation of stream function is resolved by the method of overrelaxation.
In the report the detailed data on verification of model and technique of calculation are resulted. The report is illustrated by predicted data at different values of regime parameters. The obtained data describe actual phenomena observed in experience.

УДК 532. 525.2

Численное моделирование развития неизотермической турбулентной струи в амбарной нефти.

Жапбасбаев У.К., Ершин Ш.А., Айсаев С.У.
Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Введение. Все возрастающие требования к защите окружающей среды остро ставят перед предприятиями нефтяной промышленности республики задачу снижения до минимума числа аварий при добыче и транспортировке нефти.

Амбарная нефть является полезным углеводородным сырьем, хотя и претерпела серьезные структурные изменения. Верхний слой затвердел и не поддается излечению. Для сбора конденсированной среды предложен термомеханический способ разжижения амбарной нефти в комплексе с передвижной установкой.

В докладе рассматривается задача распространение турбулентной неизотермической, круглой струи жидкости в амбарной нефти.

Математическая модель процесса. Круглая струя жидкости с начальной температурой T_o, скоростью U_o и расходом G_o развивается в высоковязкой среде (резервуар амбарной нефти). Скорость истечения – дозвуковая, температура струи высокая (T_o=373K) и позволяет подогревать высоковязкую среду. Для простоты анализа предполагается, что жидкость струи имеет такую же физико-химическую свойству, как и амбарная нефть, реологические свойства которой, удовлетворяет модель ньютоновской жидкости. Амбарная нефть имеет температуру (T_w=303K), чуть выше ее температуры застывания, что позволяет не учитывать теплоту плавления высоковязкой среды. По мере развития струи в резервуаре ее скорость затухает, тепло, вносимое горячей струей, подогревает высоковязкую среду и вызывает снижение ее вязкости, тем самым вовлекает амбарную нефть в движение. Теплофизические свойства амбарной нефти считаются функциями от температуры и находятся путем лабораторных исследований.

Движение струи считается турбулентным и процесс нагрева амбарной нефти - стационарным.

Неизотермическое движение жидкости в амбарной нефти описывается системой уравнении Навье-Стокса, осредненной по Рейнольдсу, и, имеющей вид:

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial z}+\rho v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon div\vec{V}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_\varepsilon r\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] \quad (1)$$

$$\rho u\frac{\partial v}{\partial z}+\rho v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_\varepsilon r\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_\varepsilon div\vec{V}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]-\frac{2v}{r^2}\mu_\varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho vr)}{\partial r}=0 \quad (3)$$

Уравнение переноса тепла с учетом диссипации кинетической энергии движения можно записать в виде:

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial z}+v\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\Phi \quad (4)$$

где $\Phi=2\mu_\varepsilon\left[\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{v}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right]+\mu_\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2$ - диссипация кинетической энергии движения в тепло.

Теплофизические свойства жидкости были найдены по результатам лабораторных исследований амбарной нефти в интервале температуры $303K \le T \le 373K$ и обобщены в виде эмпирических зависимостей:

$$\rho = 18{,}5 * \exp\left(-\frac{T - T_o}{72}\right) + 821{,}5 \ \text{(кг/м}^3\text{)};$$
$$\mu = 5{,}511 * \exp(-0{,}1487 * T) + 0{,}005853 \ \text{(кг/(м*с))}; \quad (5)$$
$$\lambda = 0{,}042 * \exp(-0{,}006695 * T) + 0{,}124 \ \text{(Вт/(м*град)};$$

Теплоемкость жидкости c_p в интервале температуры $303K \le T \le 373K$ мало меняется и остается постоянной c_p=0,23 кдж/(кг*град).

Известно, что в инженерных задачах широко используется $(k-\varepsilon)$- модель турбулентности и позволяет получить достаточные надежные данные.

В этой связи коэффициент турбулентной динамической вязкости μ_t находится на основе $(k-\varepsilon)$- модели турбулентности, предназначенной для низких чисел Рейнольдса *Re*:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} f_\mu \quad (6)$$

Дифференциальные уравнения кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации имеют вид:

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial z} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\varepsilon \frac{\partial k}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \mu_\varepsilon \frac{\partial k}{\partial r}\right) + P_k - \rho\varepsilon - \frac{2\mu k}{y^2} \quad (7)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} f_e - \frac{2\mu\varepsilon}{y^2} g_e \quad (8)$$

где f_e, g_e - пристеночные функции, равные:

$$f_e = 1 - 0{,}22 \exp\left(-\frac{\mathrm{Re}_t^2}{36}\right), \quad g_e = \exp(-0{,}5 y_*) \quad (9)$$

Константы $(k-\varepsilon)$- модели равны $C_1 = 1{,}35, C_2 = 1{,}8, C_\mu = 0{,}09, \sigma_\varepsilon = 1{,}3$.

Ламинарное и турбулентное числа Прандтля $\Pr$, $\Pr_t$ были взяты, равные 0,9. Для удобства решения уравнение переноса тепла записывается относительно избыточной температуры $\theta = (T - T_w)/(T_o - T_w)$, где T_w - температура нефти в ложе амбара.

Граничные условия задачи имеют вид:

при z=0: $0 \le r \le 1$; $u = f(r)$; v=0; $k = k(r); \theta = g(r)$; $\varepsilon = \varepsilon(r)$

при *z*=0: $1 < r \le R_w$; $\tau = v = k = \varepsilon = 0$; $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = Bio_f \theta$; (10)

при *z*=*L*: $0 < r \le R_w$; $u = v = k = \varepsilon = 0$; $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = Bio\theta$;

при *r*=0: $0 \le z \le L$; $\frac{\partial u}{\partial r} = v = \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$; (11)

при *r*=*R*$_w$: $0 \le z \le L$; $u = v = k = \varepsilon = 0$; $-\frac{\partial \theta}{\partial r} = Bio\theta$.

Граничные условия на верхней границе (z=0) для осевой компоненты скорости, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, избыточной температуры во входном сечении струи (10) соответствуют развитому течению круглой турбулентной струи, а вне области втекания струи ставятся условия на свободной поверхности (равенство нулю касательного напряжения и касательной компоненты скорости). На нижней твердой поверхности (z=L) ставятся условия прилипания и теплообмен с окружающей средой. На левой границе (r=0) – условия симметричности течения, а на правой границе ($r=R_w$) – условия прилипания и теплообмен с окружающей средой.

Система уравнений (1) - (9) с граничыми условиями (10), (11) решается численным методом в переменных функция тока и напряженность вихря.

Конечно-разностные аналоги дифференциальных уравнений получены методом контрольного объема в разностной сетке с неравномерными шагами. Шаг сетки в направлении оси OZ сгущается вблизи входного участка струи и дна резервуара, а шаг сетки по оси OR – вблизи границы зоны смешения струи с жидкостью окружающей среды и вблизи твердой боковой стенки. В расчетах была использована разностная сетка (91x61).

Уравнения для напряженности вихря, переноса тепла, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации были аппроксимированы гибридной схемой и рассчитывались методом Гаусса-Зейделя. Уравнение функции тока решено методом верхней релаксации.

В докладе приводятся подробные данные по верификации модели и методики расчета. Доклад проиллюстрирован расчетными данными при различных значениях режимных параметров. Полученные данные описывают реальные явления, наблюдаемые в опытах.