ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Т. Буриев

Институт кибернетики АН Республики Узбекистан

e-mail: tburiev@cyber.uzsci.net

The new methods of increase of durability and stability of spatial designs of complex configuration are offered at static, dynamic and seismic influences and economic algorithms of their realization on computer.

Проведение спасательных и неотложных аварийно-восстановительных работ (СНАВР) в экстремальных ситуациях требует получения более точного прогноза о реальном состоянии не только сооружений особо важных объектов, но их каждого несущего элемента. При кратковременных нестационарных воздействиях (землетрясения, взрывы, промышленные аварии, порывы ветров) обеспечение их безопасности обусловливает усовершенствование разработанных в работах [1-3] методик оптимизации жесткостных характеристик плоских панелей и обобщение их на пространственные панели, представляющие собой пологие оболочки, по критерию равнопрочности с учетом влияния сдвига при деформациях изгиба и больших прогибов, а также деформаций средней поверхности, направленных параллельно поверхности панелей, что позволяет решить задачи экстремальных ситуаций в волновой постановке [4-7].

При одинаковых размерах и интенсивности деформаций жестко защемленная балка в пределах упругости поднимает в 1.5 раза больше нагрузки, чем свободно опертая, т.е. коэффициент удельной работоспособности защемленной балки в 1.5 раза больше, чем свободно опертая. Подобную картину можно наблюдать, сопоставляя такие же коэффициенты пологой оболочки и плиты при воздействии поперечной распределенной нагрузки. Поэтому для снижения веса перекрытия целесообразно использовать оболочку, чем плиту, если нагрузку приложить с выпуклой стороны. Но при этом возникает проблема устойчивости оболочки, которая не наблюдается в плите, если на ее контуре не действуют сжимающие усилия. В конструкциях сложной компоновки стены несут нагрузки от собственного веса и технологического оборудования N_{22}^0 ($N_{11}^0 = N_{12}^0 = N_{21}^0 = 0$), а возникающие за счет вертикальных составляющих инерционных сил тангенциальные усилия N_{11}, N_{22}, $N_{12} = N_{21}$ неизвестны. Если учесть влияние горизонтальных составляющих инерционных сил и влияние реакции опор перекрытий, то на стены будет действовать пространственная система сил. Поэтому обеспечение устойчивости стен выходит на передний план. Подобная ситуация возникает с перекрытиями, если учесть горизонтальные составляющие инерционных сил, ветровые нагрузки и взаимодействие панелей со стенами, т.е. обеспечение устойчивости перекрытий также выходит на передний план, если в качестве панелей используются даже плиты, не говоря о пологих оболочках, для которых обеспечение устойчивости всегда было первостепенным. Таким образом, задача определения устойчивости каждой панели сводится к решению нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{21}}{\partial y} = 0; \qquad \frac{\partial N_{12}}{\partial x} + \frac{\partial N_{22}}{\partial y} = 0;\\
&\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial y^2} + \left[(\tilde{\kappa}_1 - k_1)N_{11} + 2\tilde{\kappa}_3 N_{12} + (\tilde{\kappa}_2 - k_2)N_{22}\right] = 0
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

при условиях сопряжения и совместности деформаций

$$R_n^{\Pi}\Big|_{\Gamma} = K_p^C w^{\Pi}; \quad M_n^{\Pi}\Big|_{\Gamma} = K_u^C \left(\partial w^{\Pi} / \partial n\right); \quad N_n^{\Pi}\Big|_{\Gamma} = K_n^C u^{\Pi}; \quad N_{\tau n}^{\Pi}\Big|_{\Gamma} = K_\tau^C \upsilon^{\Pi}. \tag{2}$$

Здесь

$R_n^{\Pi} = R_{11}^{\Pi}$; $N_n^{\Pi} = N_{11}^{\Pi}$; $M_n^{\Pi} = M_{11}^{\Pi}$; $N_{\tau n}^{\Pi} = N_{21}^{\Pi}$ при $x = 0$ и $x = a$;

$R_n^{\Pi} = R_{22}^{\Pi}$; $N_n^{\Pi} = N_{22}^{\Pi}$; $M_n^{\Pi} = M_{22}^{\Pi}$; $N_{\tau n}^{\Pi} = N_{12}^{\Pi}$ при $y = 0$ и $y = b$;

$$R_{11}^{\Pi} = \partial M_{11}^{\Pi} / \partial x + 2\partial M_{12}^{\Pi} / \partial y; \quad R_{22}^{\Pi} = 2\partial M_{21}^{\Pi} / \partial x + \partial M_{22}^{\Pi} / \partial y; \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned} &K_p^C = D_p^C b_c^{-1}; \quad K_u^C = 2D_u^C b_c^{-1}; \quad K_n^C = 0.5 D_u^C b_c^{-3}; \quad D_p^C = E_c h_c / \left(1-\mu^2\right); \\ &K_\tau^C = D_{\tau u}^C b_c^{-3}, \quad D_{\tau p}^C = D_p^C a_C^3, \quad D_{\tau u}^C = D_P^C a_C^3, \quad D_u^C = E_C h_C^3 / \left[12\left(1-\mu^2\right)\right]; \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

u^{Π} и υ^{Π} - перемещения перекрытий, направленные по осям Ox и Oy соответственно; w^{Π} - прогиб перекрытия; E_c, μ_c, h_c, b_c, a_c - модуль Юнга, коэффициент Пуссона, толщина, ширина и длина стен; переставив символы «п» и «с» в (2)-(4), получим подобные соотношения для стен; аналогичными формулами можно воспользоваться и на вертикальных стыках, заменив в соотношениях (2)-(4) символы «п» и «с» соответственно;

$$\left.\begin{aligned} &N_{11} = D_p\left(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2\right); \; N_{22} = D_p\left(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1\right); \; N_{12} = N_{21} = 0.5(1-\mu)D_p\varepsilon_3; \\ &M_{11} = -D_u\left(\tilde{\kappa}_1 + \mu\tilde{\kappa}_2\right); \; M_{22} = -D_u\left(\tilde{\kappa}_2 + \mu\tilde{\kappa}_1\right); \; M_{12} = (1-\mu)D_u\tilde{\kappa}_3; \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} + k_1 w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} + k_2 w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2; \quad \varepsilon_3 = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}; \tag{6}$$

$$\tilde{\kappa}_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \tilde{\kappa}_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \tilde{\kappa}_3 = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \tag{7}$$

$$D_p = Eh / \left(1-\mu^2\right); \; D_u = Eh^3 / \left[12\left(1-\mu^2\right)\right]$$

при заданных значениях E, μ, h, b, a для каждой панели.

В многоэтажных многопролетных (по длине и ширине) конструкциях возникающие на контурах панелей внутренние усилия N_{11}, N_{22}, $N_{12} = N_{21}$ определяются только в процессе расчета всей конструкции как единого неоднородного тела при заданных расчетных нагрузках, прилагаемых в виде статических или динамических воздействий. Поэтому в задачах статической устойчивости для каждой панели решаются система уравнений (1) с выполнением условий сопряжения и совместности деформаций (2). Следует отметить, что определение устойчивости всех панелей при заданных E, μ, h, b, a для всей конструкции принципиально отличается от задачи обеспечения безопасности сооружений рассматриваемых объектов на основе критерия равнопрочности с выполнением условий минимального веса и устойчивости панелей с учетом их гибкости при статических или динамических воздействиях, потому что определение величины критических сил даже для одной панели намного проще, чем одновременное обеспечение ее равнопрочности, устойчивости и минимального веса при воздействии статических или нестационарных динамических нагрузок.

Повышение точности прогноза обусловливает выполнения расчетов на прочность, устойчивость, динамику и сейсмостойкость многопролетных (по длине и ширине) безбалочных покрытий, неразрезных перекрытий и многоэтажных сооружений сложной структуры. Для этого необходимо решить системы уравнений движения

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{21}}{\partial y} - k_3 u + q_x = J_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial N_{12}}{\partial x} + \frac{\partial N_{22}}{\partial y} - k_4\upsilon + q_y = J_0\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}; \\ &\frac{\partial Q_{11}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{22}}{\partial y} + \left(\tilde{\kappa}_1 - k_1\right)N_{11} + 2\tilde{\kappa}_3 N_{12} + \left(\tilde{\kappa}_2 - k_2\right)N_{22} - k_5 w + k_6\tilde{\kappa}_1 + k_7\tilde{\kappa}_2 + q_z = J_0\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x} + \frac{\partial M_{21}}{\partial y} + Q_{11} = J_2\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial M_{12}}{\partial x} + \frac{\partial M_{22}}{\partial y} - Q_{22} = J_2\frac{\partial^2 V}{\partial t^2},$$

где

$$\left.\begin{aligned} &N_{11} = \tilde{D}^P\left(\varepsilon_1 + \mu^P\varepsilon_2\right) - \tilde{D}^{ИР}\left(\kappa_1 + \mu^{ИР}\kappa_2\right); \; N_{12} = N_{21} = D^P\varepsilon_3 - D^{ИР}\kappa_3; \; Q_{11} = D^C f_1; \\ &M_{11} = \tilde{D}^{ИР}\left(\varepsilon_1 + \mu^{ИР}\varepsilon_2\right) - \tilde{D}^{И}\left(\kappa_1 + \mu^{И}\kappa_2\right); \; M_{12} = M_{21} = D^{ИР}\varepsilon_3 - D^{И}\kappa_3; \; Q_{22} = D^C f_2; \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\kappa_1 = \frac{\partial U}{\partial x};\ \kappa_2 = \frac{\partial V}{\partial y};\ \kappa_3 = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x};\ f_1 = \frac{\partial w}{\partial x} - U;\ f_2 = \frac{\partial w}{\partial y} - V \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} &\widetilde{D}^P = \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G} dz;\ \widetilde{D}^{ИР} = \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G} z dz;\ \widetilde{D}^{И} = \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G} z^2 dz;\ D^C = 1.25 D^P - 5h^{-2} D^{И};\ J_0 = \int_{h/2}^{h/2} \rho dz; \\ &D^P = \int_{-h/2}^{h/2} G dz;\ D^{ИР} = \int_{-h/2}^{h/2} G z dz;\ D^{И} = \int_{-h/2}^{h/2} G z^2 dz;\ J_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^2 dz;\ \widetilde{G} = 2G(1-\mu)/(1-2\mu); \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\mu^P = \left(\widetilde{D}^P\right)^{-1} \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G}\mu_0 dz; \mu^{ИР} = \left(\widetilde{D}^{ИР}\right)^{-1} \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G}\mu_0 z dz; \mu^{И} = \left(\widetilde{D}^{И}\right)^{-1} \int_{-h/2}^{h/2} \widetilde{G}\mu_0 z^2 dz,\ \ \mu_0 = \mu/(1-\mu), \tag{12}$$

удовлетворив условия сопряжения и совместности деформаций монолитного стыка текущего перекрытия со смежной стеной

$$N_n^{П}\big|_Г = K_{np}^C u^{П}\big|_Г;\ N_{\tau n}^{П}\big|_Г = K_{\tau p}^C \upsilon^C\big|_Г;\ Q_n^{П}\big|_Г = K_{nc}^C w^{П}\big|_Г;\ M_n^{П}\big|_Г = K_{nu}^C U^{П}\big|_Г;\ M_{\tau u}^{П}\big|_Г = K_{\tau u}^C V^{П}\big|_Г \tag{13}$$

и монолитного стыка текущей стены со смежной стеной

$$N_n^C\big|_Г = K_{np}^C u^C\big|_Г;\ N_{\tau n}^C\big|_Г = K_{\tau p}^C \upsilon^C\big|_Г;\ Q_n^C\big|_Г = K_{nc}^C w^C\big|_Г;\ M_n^C\big|_Г = K_{nu}^C U^C\big|_Г;\ M_{\tau u}^C\big|_Г = K_{\tau u}^C V^C\big|_Г \tag{14}$$

в пределах каждой панели с заданными $G,\ \rho,\ \mu,\ h,\ b,\ a$ (G - модуль сдвига, ρ -плотность) при начальных данных

$$\left.\begin{aligned} &u\big|_{t_0} = u^0(x,y); \upsilon\big|_{t_0} = \upsilon^0(x,y); w\big|_{t_0} = w^0(x,y); U\big|_{t_0} = U^0(x,y); V\big|_{t_0} = V^0(x,y); \\ &\dot{u}\big|_{t_0} = \dot{u}^0(x,y); \dot{\upsilon}\big|_{t_0} = \dot{\upsilon}^0(x,y); \dot{w}\big|_{t_0} = \dot{w}^0(x,y);\quad \dot{U}\big|_{t_0} = \dot{U}^0(x,y),\quad \dot{V}\big|_{t_0} = \dot{V}^0(x,y) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

совместно с учетом влияния движения окружающей конструкцию среды.

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + q_i(x_1, x_2, x_3, t) = \rho \ddot{u}_i;\ (i = 1,2,3), \tag{16}$$

где

$$\sigma_{ij} = 3K_0[1 - \varphi(\theta, e_u, \sigma_u)]\theta + 2G[1 - \omega(\theta, e_u, \sigma)](e_{ij} - \delta_{ij}\theta); \tag{17}$$

$$\theta = (e_{11} + e_{22} + e_{33})/3; e_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)/2\ , \tag{18}$$

при граничных условиях

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)\delta u_i\big|_Г = 0;\ \ (i, j = 1,\ 2,\ 3) \tag{19}$$

(δ – знак вариации) и начальных данных

$$u_i\Big|_{t=t_0} = u_i^0(x_1, x_2, x_3);\quad \dot{u}\Big|_{t=t_0} = \dot{u}_i^0(x_1, x_2, x_3);\ (i = 1,\ 2,\ 3) \tag{20}$$

вместе с условиями взаимодействия [8]

$$\tau_r = \tau_r(\sigma_n, u_i, \dot{u}_i, q_i);\quad \sigma_n^{ПН} = \sigma_n^{oc};\quad (r = 1, 2) \tag{21}$$

панелей (если часть сооружения заглублена в основание) с окружающей средой и уноса энергии [3,6,7]

$$\sigma_n^* = \rho c_n \dot{u}_n;\quad \sigma_{\tau,r}^* = \rho c_{\tau,r} \dot{u}_{\tau,r} \tag{22}$$

на боковых поверхностях и на нижней поверхности параллелепипеда, представляющего собой часть окружающей конструкцию среды (размер параллелепипеда берется так, чтобы отраженные волны не достигли конструкцию за время прохождения падающей волны). Здесь k_1 и k_2 - главные кривизны перекрытия – пологой оболочки в направлениях осей Ox и Oy; k_3, k_4, k_5 и k_6, k_7 – коэффициенты постели основания по Винклеру и по Власову соответственно [5,8]; q_x и q_y - нагрузки от веса панелей и технологического оборудования, направленные по осям *Ox* и *Oy;* q_z - нагрузки от веса панелей и технологического оборудования, направленные нормально к срединной поверхности панелей, ρ - плотность панели;

$$\left.\begin{aligned} &K^C_{np} = [K_c + (4E_c)/9]\,h_c^3/(24b_c^3);\ K^C_{\tau p} = [K_c + (4E_c)/9]\,h_c/(a_c/b_c)^3;\\ &K^C_{n\text{и}} = [K_c + (4E_c)/9]\,h_c^3/(6b_c);\ K^C_{\tau\,\text{и}} = (E_c h_c^3)/(6b_c);\\ &K^C_{n} = [K_c + (4E_c)/9]h_c/b_c;\ K^C_{nc} = (K_c + 4E_c/9)(h_c/b_c) \end{aligned}\right\}$$

E_c и K_c – модули Юнга и объемного сжатия для стены. Подобные (13), (14) условия выписываются для каждой смежной панели, которая стыкуется с текущей панелью (на каждом из контуров *x=0, x=a, y=0, y=b* текущая панель может стыковаться с 12 смежными панелями) [2]. На поверхностях контакта фундамента и панелей (если часть сооружения заглублена в основание) с окружающей средой имеют место условия взаимодействия (21), а остальная верхняя часть поверхности параллелепипеда свободна от нагрузок, на боковых поверхностях и на нижней поверхности имеет место условие уноса энергии (22). При расчете мобильных объектов вместо (16)-(22) используются соответствующие уравнения и условия аэрогидродинамики.

Панель будет устойчивой, если возникающая сжатием срединной поверхности работа

$$J_2 = \iint\limits_S \left\{ N_{11}\left[\kappa_1 + \frac{1}{2}k_3 u^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] + N_{22}\left[\kappa_2 + \frac{1}{2}k_4 \vartheta^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] N_{12}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right\} dS \tag{23}$$

меньше работы моментных сил

$$J_1 = \iint\limits_S \left[M_{11}k_1 + 2M_{12}k_3 + M_{22}k_2 + Q_{11}f_1 + Q_{22}f_2 + k_5 w^2 + k_6\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + k_7\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] dS; \tag{24}$$

т.е. $J_1 + J_2 = H_0 > 0$ (H_0 при $J_2 < 0$ выбирается из условия $1.1 \le |J_1/J_2| \le 1.3$)., а $h_{кр}$ определяется из уравнения $J_1 + J_2 = 0$. Учет квадратичных слагаемых в выражениях $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ приводит к увеличению значений N_{11}, N_{22} и $N_{12}=N_{21}$, если последние станут растягивающими и к уменьшению – если сжимающими, что способствует повышению устойчивости панелей.

Опыт автора по оптимизации жесткостных характеристик многопролетных пространственных конструкций на динамические и сейсмические воздействия показывает, что решение задачи (8),-(15), (16)-(22) на протяжении нескольких волн требует много времени счета, поэтому сначала необходимо оптимизировать конкретную конструкцию на расчетную статическую (вес конструкции и технологического оборудования, климатические, региональные и монтажные) нагрузку, а потом на динамические или сейсмические воздействия с учетом влияния инерционных нагрузок, возникающих в рамках заданной расчетной нагрузки. Тогда оптимизация жесткостных характеристик несущих элементов пространственных конструкций сложных объектов в экстремальных ситуациях реализуется по следующему алгоритму.

А. При выборе начального приближения каждой панели считаются заданными *a, b, ρ* и в качестве $G^{(0)}$, $\mu^{(0)}$ берутся их средние значения, вычисленные при $z = 0$, $h/2$, $-h/2$, а в качестве $h^{(0)}$ берется толщина упруго защемленной по всему контуру пологой оболочки двоякой кривизны для перекрытия (пол, потолок помещения) и сжатой по вертикали прямоугольной пластинки для стены, причем максимальное значение $h^{(0)}$ выбирается из условия

$$max\,\sigma_u = [\sigma], \tag{25}$$

где

$$(\sigma_u = \left\{\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)\right]/2\right\}^{1/2});$$

выражения σ_u и $\sigma_{11},....,\sigma_{31}$ через деформации срединной поверхности панелей приведены в [3] (формулы (2)-(4)) при $k_1 = k_2 = 0$ и малых прогибах. Поскольку слагаемые

$k_1 w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \quad k_2 w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2, \quad \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}$ структурно входят в состав $\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \varepsilon_3$ соответственно, то связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций, а также выражения условия прочности и квадратичных форм (6), (7) в [3] остаются без изменений).

Б. Комбинацией методов конечных разностей, блочного исключения и явной схемы последовательных приближений решается система уравнений (8), приравнивая нулю инерционные слагаемые, с выполнением условий сопряжений (13), (14) и условий взаимодействия (21) при исходных данных из предыдущего приближения и определяются *u, v, w, U, V*.

В. В каждом узле сетки (*i, j*) текущей панели при заданном $h^{(s)}$ определяется

$$G^{(s+1)}=[\sigma]\left[\max\left(P_0^{(S)}-2\tilde{z}P_1^{(S)}+\tilde{z}^2P_2^{(S)}\right)\right]/2; \quad (\tilde{z}=0 \text{ или } h/2, \text{ или } -h/2) \qquad (26)$$

(выражения P_0, P_1, P_2 в (26) приведены в [3] (формулы (6), (7)), в качестве $\mu^{(s)}$ берется максимальное значение среди $\mu^{Р}$, $\mu^{ИР}$, $\mu^{И}$, вычисленных по формулам (12)) или при заданных $G^{(s)}$, $\mu^{(s)}$ определяется

$$h^{(S,r+1)}=2\left\{\tilde{P}_1^{(S)}\pm\left[\left(\tilde{P}_1^{(S)}\right)^2-\left(\tilde{P}_0^{(S)}-0.25[\sigma]^2/(G^{(S)})^2\right)\tilde{P}_2^{(S,r)}\right]^{1/2}\right\}, \qquad (27)$$

где

$$\tilde{P}_1^{(S)}=P_{\varepsilon\kappa}^{(S)}+P_{\varepsilon\psi}^{(S)}/6; \quad \tilde{P}_1^{(S,r)}=\tilde{P}_\kappa^{(S)}+\tilde{P}_\psi^{(S)}/36-18.75\tilde{P}_f^{(S)}/\left(h^{(S,r)}\right)^2 \qquad (28)$$

с начальным приближением

$$h^{(m+1)}=\left[\left(H_0/h^{(m)}-\tilde{J}_2^{(m)}/\tilde{J}_1^{(m)}\right)\right]^{1/2}, (0\le m) \qquad (29)$$

обеспечивающим устойчивость сжатых панелей. В процессе вычисления $\tilde{J}_1^{(m)}$, $\tilde{J}_2^{(m)}$ в выражениях (22), (23) вместо *h* подставляется 1.

Г. Итерационный процесс (26) или (27) заканчивается при выполнении условия $|G^{(s+1)}-G^{(s)}| \le G^{(s+1)}\varepsilon_{отн}$ или $|h^{(s+1)}-h^{(s)}| \le h^{(s+1)}\varepsilon_{отн}$ по всем узлам сетки (*i, j*) панелей, в противном случае вместо $h^{(s)}$ или $G^{(s)}$ засылается $h^{(s+1)}$ или $G^{(s+1)}$ соответственно и управление предается к выполнению этапа Б.

Заменив частные производные по *x* и *y* в (6), (7), (10), (8), (18), (16) конечно-разностными соотношениями II порядка погрешности аппроксимации для каждой панели, получим задачу

$$\ddot{Y}_i=B_iY_{i-1}+C_iY_i+D_iY_{i+1}+Q(t); \ Y_i\big|_{t=t_0}=Y_i^0; \ \dot{Y}_i\big|_{t=t_0}=\dot{Y}_i^0; \ (i=\overline{i_0,N_1^0}), \qquad (30)$$

методы и алгоритмы реализации на ЭВМ которой подробно рассмотрены в [3,6,7]. Они позволяют решать задачу (30) на Pentium с числом степеней свободы $10^6 \div 10^7$.

Как известно, чем больше [σ] от σ_u, т.е. чем больше толщина или модуль сдвига по сравнению со значениями $G^{(s+1)}$, $h^{(s+1)}$ определяемыми по формулам (26) или (27) соответственно, то тем прочнее становится панель. Но при этом также увеличиваются $\tilde{D}^P, \tilde{D}^И, .., D^C$. Величины возникающих в теле сооружений инерционных сил пропорциональны $\tilde{D}^P$, $\tilde{D}^И$, ..., D^C, поэтому модуль сдвига или толщину каждой панели необходимо определить по формулам (26) или (27) с учетом (29). Этим достигается устойчивость сжатых панелей, минимизация расхода материала и равнопрочность конструкции в целом.

В процессе оптимизации жесткостных характеристик панелей на основе критерия равнопрочности системы нелинейных алгебраических уравнений, получаемые применением метода конечных разностей II порядка точности к системам уравнений равновесия (они получаются при отсутствии инерционных слагаемых в (1)) i_0 –ой панели ($i_0=\overline{1,N_0}$; N_0 - число панелей), имеют вид

$$B_iY_{i-1}+C_iY_i+D_iY_{i+1}=Q_i \qquad (31)$$

(для перекрытий $i=\overline{0,N_1}$; $j=\overline{0,N_2}$; для стен $i=\overline{0,N_1}$ по горизонтали; $j=\overline{1,N_2-1}$ по вертикали). Если пренебречь влиянием сдвиговых деформаций, то вместо последних трех уравнений системы (8) получается одно уравнение в частных производных IV – порядка по пространственным координатам и II – порядка по времени. Использованием метода конечных разностей II порядка точности полученную систему трех уравнений равновесия с соответствующими условиями сопряжений и совместности деформаций можно свести к системам алгебраических уравнений

$$A_i Y_{i-2} + B_i Y_{i-1} + C_i Y_i + D_i Y_{i+1} + E_i Y_{i+2} = Q_i \tag{32}$$

Применение МБИ к решению систем (32) при известных значениях E, μ, h, b, a панели приводит к рекуррентным соотношениям

$$F_i = F_i(D_i + \widetilde{H}_i H_{i-1});\ H_i = \widetilde{F}_i E_i;\ \widetilde{H}_i = B_i + A_i F_{i-2};\ \widetilde{F}_i = -(C_i + \widetilde{H}_i F_{i-1} + A_i H_{i-2})^{-1} \tag{33}$$

$$V_i = \widetilde{F}_i(Q_i - \widetilde{H}_i V_{i-1} - A_i V_{i-2});\ \ (i = \overline{1,\ N_1 - 1}) \tag{34}$$

на прямом ходу и

$$Y_i = F_i Y_{i+1} + H_i Y_{i+2} + V_i;\ \ (i = \overline{N_1 - 1, 1}) \tag{35}$$

– на обратном ходу. В случае системы (31) в соотношениях (33)-(35) опускаются A_i, E_i.

Основная трудность спектрального метода решения задач динамической теории сейсмостойкости заключается в определении частот и форм собственных колебаний сооружений. Задачи определения частот (критических сил и скоростей) и форм собственных колебаний (потери устойчивости) пространственных, объемных и тонкостенных конструкций методом конечных разностей (в случае стержневых систем методом перемещений) сведены к решению обобщенной проблемы собственных значений

$$RX = \lambda MX$$

(R и M – матрицы операторов внутренних и инерционных сил в задачах собственных колебаний, в задачах устойчивости М – матрица внешних сжимающих сил). Определение большого количества низших собственных значений и соответствующих им собственных векторов реализуется в следующей последовательности [9, 10]:

$$\left.\begin{aligned}
&Y^{(s)} = R^{-1}MX^{(s-1)};\ \widetilde{Y}^{(s)} = MR^{-1}\widetilde{X}^{(s-1)};\ Z^{(s)} = \left(I - \sum_{r=1}^{m-1} X_r X_r^*\right)Y^{(s)};\\
&\widetilde{Z}^{(s)} = \left(I - \sum_{r=1}^{m-1} \widetilde{X}_r X_r^*\right)\widetilde{Y}^{(s)};\ \lambda_s = (Z^{(s)}, Z^{(s)})^{1/2};\ \widetilde{\lambda}_s = (\widetilde{Z}^{(s)}, \widetilde{Z}^{(s)})^{1/2};\\
&X^{(s)} = \lambda_s^{-1} Z^{(s)};\ \widetilde{X}^{(s)} = (\widetilde{\lambda}_s)^{-1}\widetilde{Z}^{(s)},
\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

где I – единичная матрица; $X^{(0)}$, $\widetilde{X}^{(0)}$ - нормированные векторы с одинаковыми элементами. В процессе построения $Y^{(0)}$, $\widetilde{Y}^{(0)}$ матричные операции прямого хода МБИ (23) используется один раз перед началом счета, а векторные операции прямого хода (34) и обратного хода (35) – на каждой итерации.

В [3] описан алгоритм применения новой технологии к реализации операций прямого и обратного хода МБИ, а также построения матриц A_i, B_i, … с использованием 3 двухмерных массивов по NxN вещественных чисел из виртуальной памяти ПЭВМ при $k=2$ и *2* массивов – при $k=1$. В оперативной памяти содержатся 4 и 5 одномерных массива по N ячеек в процессе реализации соотношений (33)-(35) и (36), что позволяет вести счет на Pentium при $N=2000$ и *1600* соответственно, т.е. решать перечисленные выше классы задач с числом степеней свободы $10^6 \div 10^7$.

К решению задачи (30) применим конечно-разностный метод произвольного порядка точности [7,9,10]. Для этого задачу (30) сначала сводим к задаче

$$\dot{Z} = AZ + P(t);\ Z(t_0) = Z_0, \tag{37}$$

а затем на каждом шаге по времени используем разложения

$$X_{m+1} = \sum_{S=0}^{S_0} \frac{\tau^S}{s!} X_m^{(S)}. \quad (38)$$

В (38) $X_m^{(S)}$ (для $S \geq 1$) определим из (37) с помощью соотношений

$$X_m^{(S)} = AX_m^{(S-1)} + P_m^{(S-1)}. \quad (39)$$

В (39) элементы матрицы A являются функциями производных искомых величин. Поэтому при решении задачи (37) на каждом шаге по времени используется итерационный процесс

$$X_{m+1,r+1} = \sum_{S=0}^{S_0} \frac{\tau^S}{s!} X_{m+1,\,r}^{(S)} \quad (40)$$

с нулевым приближением

$$X_{m+1,0} = \sum_{S=0}^{S_0} \frac{\tau^S}{s!} X_{m+1,}^{(S)} \quad (41)$$

причем элементы матрицы A вычисляются только перед началом образования разложений (41) или (40). В случае линейно упругой постановки итерационный процесс (40) опускается. В [7,9,10] описан экономичный алгоритм построения вектора правой части в системе (30).

Литература

1. Буриев Т. Разработка алгоритмов оптимизационных расчетов пространственных конструкций сложной компоновки // Материалы Междн. конф. «Современные проблемы прикладной математики и механики: Теория, эксперимент, практика», посвященной 80-летию акад. Н.Н. Яненко. –Новосибирск, 2001.- С. 77-83.
2. Буриев Т. Отчет о НИР «Разработка математических моделей и методики решения задач оптимизации несущих элементов пространственных конструкций сложной компановки». Институт Кибернетики АН РУз, № гос. рег. 01200009203.-Ташкент, 2002.-76с.
3. Буриев Т. Разработка и апробация новой технологии реализации на ПЭВМ алгоритмов решения краевых и оптимизационных задач пространственных конструкций. Материалы Междн. конф. «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании». – Новосибирск –Алматы- Усть-Каменогорск, часть 1, 2003.-С.180-189.
4. Буриев Т. Разработка алгоритмов решения краевых задач волновой теории оболочек при многократных упругопластических нагружениях. // Вопр. вычисл. и прикл. матем.- Ташкент, вып.103, 1997.-С.21-41.
5. Буриев Т. О моделях распространения упругопластических и температурных деформаций в несущих элементах пространственных конструкций сложной компоновки. //вопр. вычисл. и прикл. Матем., вып. 109. – Ташкент, 2001. – С.53-67.
6. Буриев Т. Разработка математических моделей и алгоритмов диалоговой системы расчета на сейсмостойкость пространственных конструкций сложной компоновки с учетом монолитности стыковых соединений, податливости стыков и взаимодействия с окружающей средой. // Вопр. вычисл. и прикл. матем., вып. 107. – Ташкент, 2001. – С. 64-88.
7. Буриев Т. Моделирование процессов прогнозирования состояний и обеспечения безопасности конструкций сооружений в экстремальных ситуациях. Материалы Междн. конф. «Вычислительные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании» ВТММ -2002, часть 2 –Новосибирск – Алматы, 2002. –С.76-86.
8. Ильюшин А.А., Рашидов Т. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод. Изв. АН Узбекистана, СТН, 1971.-№1.-С.37-42.
9. Буриев Т. Разработка и реализация на ЭВМ экономичных алгоритмов решения краевых и оптимизационных задач механики деформируемого твердого тела. – Ташкент: Препринт НПО «Кибернетика», 1988. – 44с.
10. Буриев Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций. – Ташкент: Фан, 1986. – 244 с.