

СУЩЕСТВОВАНИЕ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ, ПОРОЖДЕННОЙ КРАЕВЫМ РЕЖИМОМ

БАУТИН С. П.¹

*Уральский государственный университет путей сообщения
Екатеринбург, Россия*

Для нелинейного уравнения теплопроводности (одновременно являющимся уравнением нестационарной фильтрации газа в пористом грунте) в плоскосимметричном случае рассматривается решение в виде тепловой волны. Исследуется задача А.Д. Сахарова [1], когда тепловая волна порождена заданным краевым режимом, непрерывно примыкает к холодному фону и распространяется по нему с конечной скоростью. Для процесса фильтрации газа подобный краевой режим задает давление в фиксированной точке пласта, от которой фронт фильтрации распространяется с конечной скоростью. Сформулированная в [2] теорема о существовании аналитического решения этой задачи при специальных условиях на коэффициенты ряда, задающего краевой режим, так и осталась недоказанной (см. [1, стр. 10]).

В данной работе рассмотрена задача

$$\begin{aligned} u_t &= uu_{xx} + \frac{1}{\sigma}u_x^2, \quad \sigma = \text{const} > 0; \\ u(t, x)|_{x=0} &= f(t), \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = f_1 > 0 \end{aligned} \tag{1}$$

и доказана

Теорема. *Если функция $f(t)$ является аналитической в окрестности точки $t = 0$, то задача (1) в некоторой окрестности начала координат имеет единственное аналитическое решение.*

В приведенной теореме, в отличие от теоремы из работы [2], никаких дополнительных ограничений на коэффициенты степенного ряда функции $f(t)$ не накладывается.

Для доказательства теоремы с помощью нескольких преобразований зависимых и независимых переменных задача (1) сведена к виду, для которого в работе [3] установлено существование и единственность аналитического решения.

Список литературы

1. Сидоров А.Ф. Избранные труды. Математика. Механика. М.: Физматлит, 2001, 576 с.
2. Сидоров А.Ф. Аналитические представления решений нелинейных параболических уравнений типа нестационарной фильтрации // Доклады Академии наук. 1985, т. 280, N 1, с. 47-51.
3. Баутин С.П. Применение характеристических рядов для представления решений нелинейных уравнений параболического типа в окрестности линии вырождения // Численные методы механики сплошной среды. 1985, т. 16, N 5, с. 16-28.

¹ Данное исследование поддержано РФФИ, проект 02-01-01122