

## ПОСТРОЕНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ 3D МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИКИ АЗОВСКОГО МОРЯ

А. Л. Чикин

*Ростовский государственный университет, Россия*

e-mail: chikin@rsu.ru

The 3D mathematical model of the hydrodynamic of Azov Sea is suggested. The water movement in the Azov Sea and Taganrog Bay is represented as a movement of a two-layer liquid: a high layer of water, which width is determined by the value of the water level and all stayed low layer. The top water layer is described by the analog of shallow water equations. The movement of other water volume is described by incompressible Navier-Stokes equations. The problem is solved by a FDM with a using the implicit schemes.

Азовское море играет важнейшую роль в экономике России. Прежде всего, оно отличается уникально высокой рыбопродуктивностью, которая обеспечивается мелководностью моря, большим отношением объема речного стока к объему моря, что определяет низкую соленость его вод и высокую концентрацию биогенных веществ. Это один из самых богатых районов Мирового океана по запасам промысловых видов рыб.

Изучение гидрологических условий в Азовском море представляет большой практический и научный интерес, что вызывает необходимость создания такой математической модели, которая бы более полно и точно описывала протекающие в нем процессы. Реализации любых проектов, связанных с существенным воздействием на природную среду, должно предшествовать создание математической модели и проведение серии вычислительных экспериментов — основы математического моделирования, позволяющих оценить все аспекты этого воздействия как в перспективе, так и при возникновении всевозможных кризисных и экстремальных ситуаций.

Чтобы разобраться в многообразии явлений, происходящих в водоеме, и их взаимосвязях, необходимо провести количественную и качественную оценку и анализ закономерностей формирования современного гидрологического режима и биогеохимического состояния водоема, влияния на него промышленности и сельского хозяйства, а также влияния всех этих факторов на экологическую ситуацию в водоеме.

Многолетние гидрометеорологические наблюдения [2] и [5] показали, что в Азовском море и Таганрогском заливе имеют место сильные сгонно-нагонные явления, при которых возможно появление придонного противотока. В этом случае верхний слой воды движется в одну сторону, а придонный — в другую. Появление противотока, а также наличие процессов оседания вещества, заиливания и переноса грунта ставит задачу создания трехмерной математической модели гидродинамики подобных водоемов.

В 70-е годы с целью экологической экспертизы планов развития региональной экономики, а также кратко- и среднесрочного прогнозирования в рыбохозяйственной практике была создана имитационная модель Азовского моря [3]. Она позволила рассчитать значение солености, определить изменение биохимического состава воды и ее загрязнение, рассчитать рыбопродуктивность. Однако по этой модели невозможно было определить гидродинамические параметры. В настоящее время существует двухмерная математическая модель Азовского моря, основанная на уравнениях мелкой воды [4]. С помощью этой модели были рассчитаны течения и перепады уровня при различных ветровых ситуациях. Данная модель позволила провести вычислительный эксперимент для оценки проекта сужения гирла Таганрогского залива и строительства плотины в Керченском проливе. В то же время эти модели не позволяют отследить появление противотоковых течений в придонном слое и, следовательно, решить существенно трехмерные задачи.

Моделирование гидрофизических процессов в Азовском море и Таганрогском заливе имеет ряд особенностей. Указанные водоемы принято считать мелководными, так как в основном глубина в них равна 2 – 3 метра, а местами не превышает 1 метра на больших по площади участках. Однако в центральных районах Азовского моря и районах, близких к Керченскому проливу, глубина достигает 10 – 13 метров. Такая геометрия наталкивает на мысль, что при математическом описании гидродинамики Азовского моря следует учитывать эту “двойственность”. Поэтому течение представляется движением двух слоев жидкости [6]: верхнего слоя (I), толщина которого определяется величиной перепада уровня и всего

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 1-01-00077.

© А. Л. Чикин, 2001.

оставшегося нижнего слоя (II) (рис. 1). При этом возможно существование районов, где движение воды определяется только одним верхним слоем, например, северная часть Таганрогского залива.

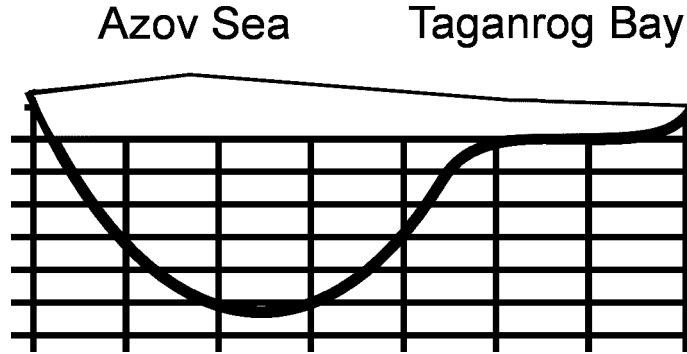


Рис. 1. Схематический профиль Азовского моря с Таганрогским заливом.

Движение жидкости осуществляется под действием ветра, который, действуя на слой (I), передает движение на слой (II). Такая постановка задачи определения гидродинамических параметров позволяет учесть специфику Азовского моря.

Движение верхнего слоя описывается уравнениями, аналогичными уравнениям мелкой воды (I) [1]:

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} - \Omega v_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \nu_{xy} \left( \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2} \right) + \beta \frac{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}}{H + \zeta} (u_s - u) + \gamma \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{H + \zeta} w_x, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} + \Omega u_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \nu_{xy} \left( \frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} \right) + \beta \frac{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}}{H + \zeta} (v_s - v) + \gamma \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{H + \zeta} w_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_s \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_s \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Движение нижнего слоя жидкости описывается системой, состоящей из уравнений количества движения и уравнения несжимаемости среды:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \Omega v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{xy} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_s \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \Omega u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{xy} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_s \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) использованы следующие обозначения:

$u_s, v_s$  — осредненные по вертикали скорости в слое (I);

$u, v, w$  — компоненты скорости в слое (II);

$x, y, z, t$  — пространственные переменные и время соответственно;

$\zeta$  — перепад уровня воды;

$H$  — толщина слоя (I);

$p$  — давление;

$\Omega$  — ускорение Кориолиса;

$\nu_{xy}, \nu_z$  — коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии соответственно;

$\rho$  — плотность воды;

$W_x, W_y$  — компоненты скорости ветра;

$\beta$  — коэффициент трения между слоями (I) и (II) или жидкости о дно;

$\gamma$  — коэффициент трения ветра о свободную поверхность;

К системе уравнений (2)–(6) добавляется уравнение гидростатического давления

$$p = g\rho z. \quad (7)$$

Данные системы уравнений замыкаются следующими граничными и начальными условиями. Слой I. На твердой границе ставятся условия I рода для компонент скорости. Это может быть либо условие “прилипания” ( $u_s = v_s = 0$ ), либо условие проникновения на тех участках границы, где находятся устья рек ( $u_s = u_1, v_s = v_1$ ).

Слой II. На твердой границе, в том числе на дне, ставятся условия, аналогичные условиям для слоя I: либо условие “прилипания” ( $u = v = w = 0$ ), либо условие проникновения на тех участках границы, где находятся устья рек и глубина на этих участках превышает глубину слоя I ( $u = u_1, v = v_1$ ). На границе между слоем I и слоем II ставятся условия [1]:

$$u = u_s, \quad v = v_s, \quad w - u_s \frac{\partial \zeta}{\partial x} - v_s \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (8)$$

Скорость течения на открытой границе в Керченском проливе вычисляется на каждом временном шаге из условия сохранения объема, при этом учитывается изменение объема воды за счет испарения, осадков и притока из рек.

Граничные условия для перепада уровня в слое I и для давления в слое II не ставятся.

Начальные условия задаются следующим образом:

$$u|_{t=0} = u_0, \quad v|_{t=0} = v_0, \quad w|_{t=0} = w_0, \quad \zeta|_{t=0} = \zeta_0, \quad p|_{t=0} = p_0. \quad (9)$$

Задача (1)–(9) решается разностными методами. В расчетной области строится равномерная по каждому направлению сетка. Первоначально сетка в вертикальном направлении строится при нулевом уровне нагона, и понятие слой I относится к самому верхнему сеточному слою. Поэтому толщина слоя I первоначально равна шагу сетки в вертикальном направлении. В процессе счета она определяется величиной перепада уровня и может увеличиваться за счет присоединения нижнего сеточного подслоя из слоя II. При конечно-разностной аппроксимации пространственных членов уравнений гидродинамики использовались “противопотоковые” схемы. По времени схемы были неявными.

Расчеты проводились на сетке  $144 \times 98 \times 15$  при шагах. Получаемые системы линейных уравнений с учетом краевых условий имели примерно 45 000 неизвестных для скоростей и 52 000 для остальных неизвестных.

Одним из важнейших этапов построения математической модели является ее верификация и калибровка. Этот процесс связан с уточнением коэффициентов уравнений при сравнении полученных результатов счета с натурными данными. Однако оценка адекватности построенной модели затрудняется отсутствием достаточного количества натуральных данных по значениям поля скоростей. Поэтому оценку результатов расчета проводили, в основном, по сравнению с наблюдаемым уровнем стоно-нагонных колебаний на некоторых метеостанциях. Данные по непрерывному наблюдению за полем скоростей (через каждые три часа) в течение нескольких суток имеются только для района устья р. Кубань. Нами использовались натурные данные следующих метеостанций: Геничск, Бердянск, Мариуполь, Таганрог, Ейск, Приморско-Ахтарск, Темрюк, Мысовое [5]. Так как ветровая ситуация на каждой метеостанции своя, то вся акватория Азовского моря была условно поделена на районы, относящиеся к соответствующим метеостанциям.

Проведено численное исследование влияния начального распределения поля скоростей течения и распределения ветрового поля на изменение параметров течения. Исследовались параметры течения на метеостанции в районе г. Темрюк, при этом рассматривались три ситуации:

- i) начальное распределение поля скоростей и задание ветрового поля над каждым районом моря брались своими;
- ii) начальное распределение поля скоростей — штилевое, ветровое поле бралось своим только в районе г. Темрюк, над остальными районами полагалась безветренная погода;
- iii) начальное распределение поля скоростей и ветровое поле брались своими только в районе г. Темрюк, над остальными районами полагалась безветренная погода, а поле скоростей — штилевое.

На рис. 2,  $a - 2, b$  показаны результаты расчетов параметров течения (колебание уровня воды (а) и модуль скорости (б)) для этих трех ситуаций. Незначительные различия в поведении этих параметров позволяют сделать следующее заключение: при расчете параметров течения в каком-либо районе Азовского моря достаточно задавать локальное ветровое поле и в качестве начальных данных брать штилевое распределение скоростей.

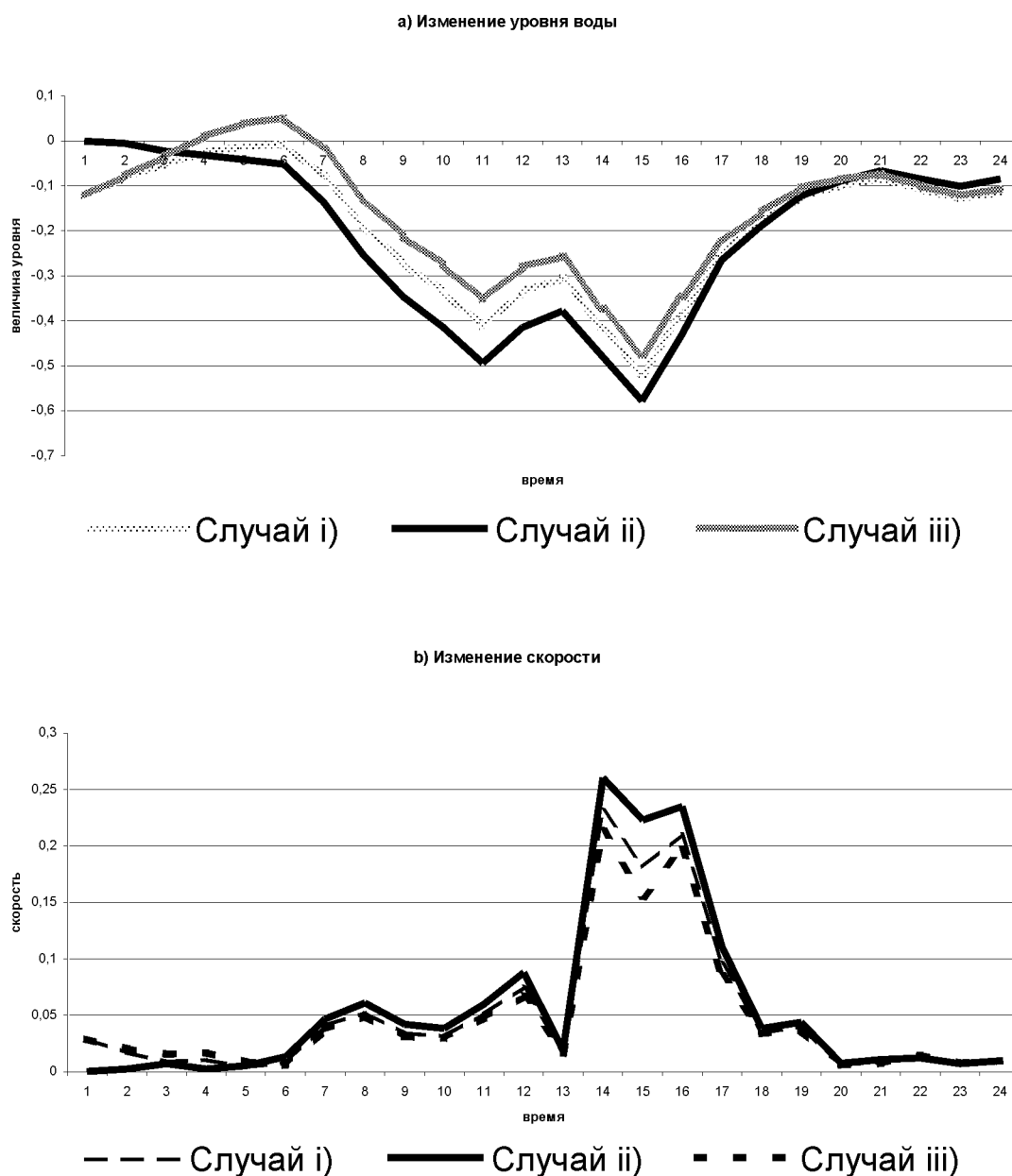


Рис. 2. Сравнение поведения перепада уровня (а) и модуля скорости (б) для различных заданий ветра и начального распределения поля скоростей.

Проводилось численное исследование влияния ветра на уровень воды. С учетом натуральных данных подбирались значения коэффициента трения ветра о поверхность  $\gamma$  и диффузионных коэффициентов  $\nu_{xy}$ . На рис. 3 показано поведение уровня воды на метеорологическом посту в районе г. Геническ. Видно, что поведение графиков расчетных и натуральных данных удовлетворительно согласуются.

На рис. 4 показано изменение модуля скорости воды в течение трех суток. Натурные данные были получены на метеорологической станции, расположенной в районе г. Темрюк в период с 13 по 15 октября 1974 г. [5]. Линия тренда натуральных данных и кривая вычисленных значений согласуются удовлетворительно. При подобранных таким образом коэффициентах проводились расчеты поля скоростей.

На рис. 5 показаны поля скоростей в вертикальном сечении по линии Керчь-Бердянск. Видно существенное влияние вертикальной составляющей скорости движения воды в придонных слоях Азовского моря.

Многолетние наблюдения установили, что в районе Азовского моря преобладает ветер юго-западного, либо северо-восточного направления. На рис. 6 показано поле течения на поверхности моря после действия западного ветра со скоростью 7 м/с в течение 10 часов.

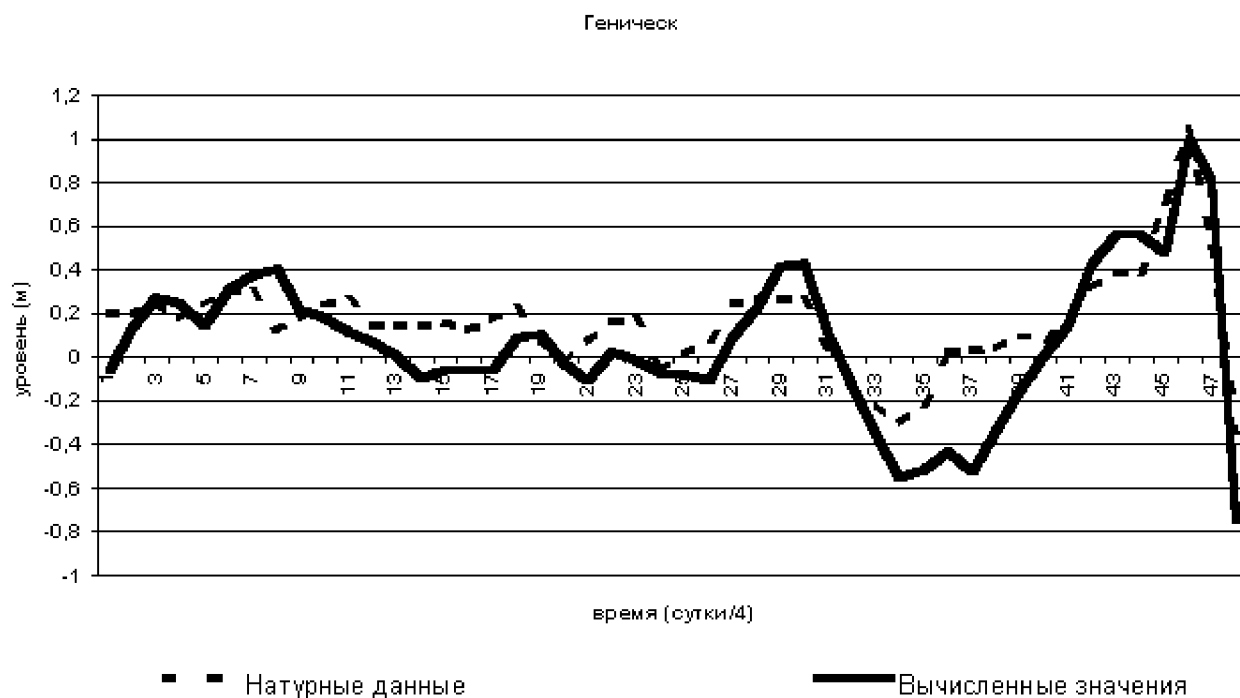


Рис. 3. Поведение перепада уровня в районе г. Геническ.

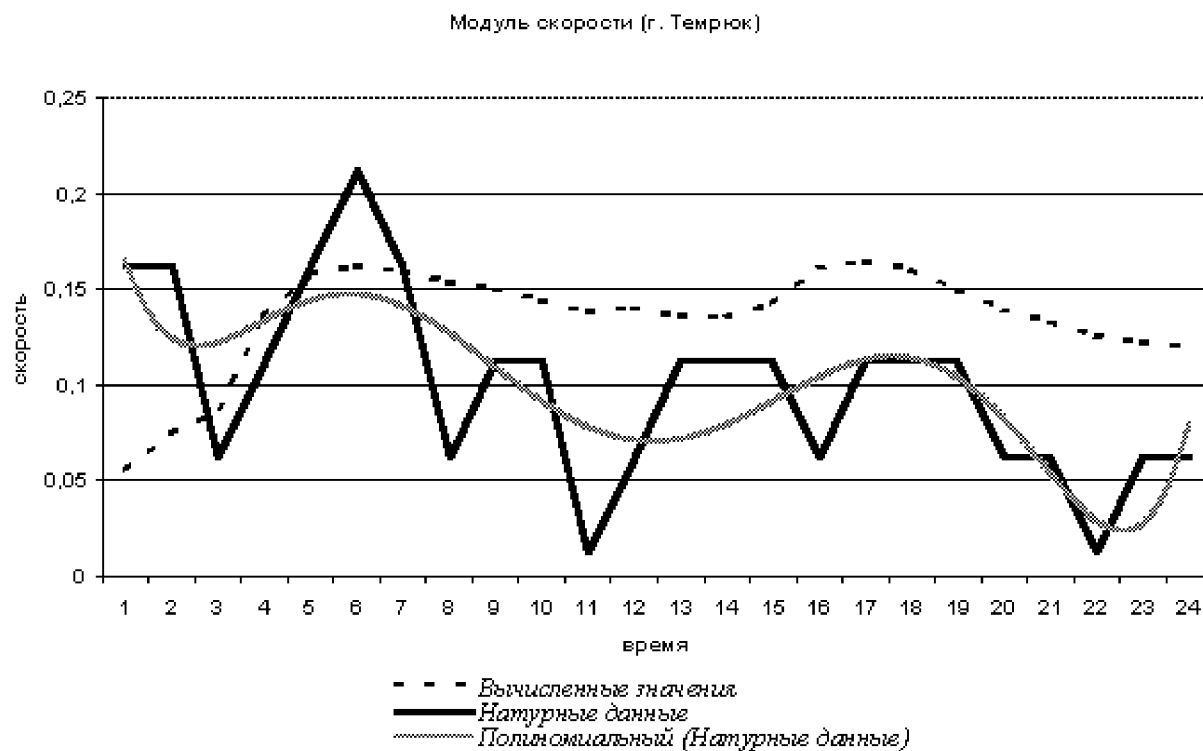


Рис. 4. Поведение модуля скорости течения в районе устья р. Кубань 13-15 октября 1974 г.

Хорошо видно, что вода Азовского моря поступает в Таганрогский залив и как бы “запирает” Дон. В результате этого река начинает разливаться в своем низовье и затопляет пойму. Наблюдения показали, что при сильных продолжительных ветрах уровень воды в низовье Дона может повышаться на 2 – 3 метра.

По состоянию ветровой ситуации на апрель 1974 года было промоделировано поле скоростей. Данные по распределению ветра собирались с восьми метеопостов в течение всего месяца четыре раза в день. При расчете ветровое поле менялось каждые шесть часов.

Проведенный вычислительный эксперимент на построенной математической модели показал, что при правильном выборе входящих в уравнение коэффициентов, натурные данные и вычисленные результаты согласуются удовлетворительно. Относительные погрешности расчетов перепада уровня равны 0,4, а для скорости 0,2.

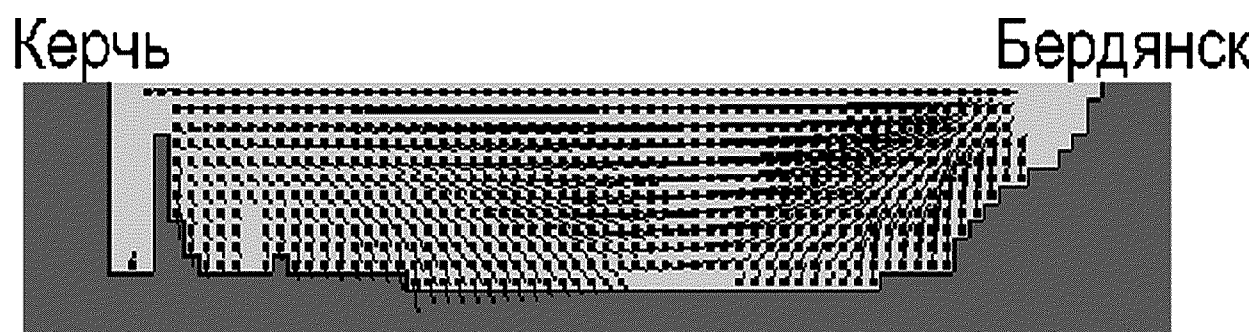


Рис. 5. Картина течения в плоскости сечения Керчь-Бердянск.

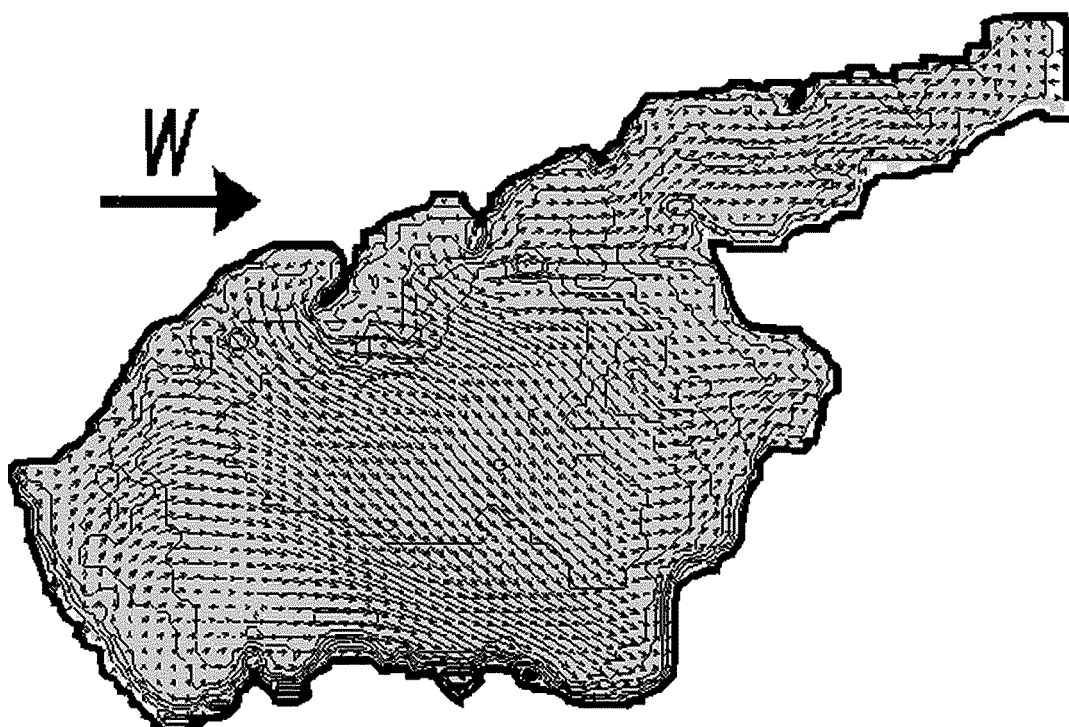


Рис. 6. Картина течений на поверхности Азовского моря через 10 часов после действия западного ветра.

## Список литературы

- [1] Вольцингер Н. Е., Пясковский Р. В. Теория мелкой воды. Океанологические задачи и численные методы. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 206 с.
- [2] Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Том V. Азовское море. С.-Пб.: Гидрометеоздат, 1991. С. 75–88.
- [3] Жданов Ю. А., Ворович И. И., Горстко А. Б. и др. Имитационная модель экосистемы Азовского моря. Разработка и использование // Известия СКНЦ ВШ. Естественные науки, 1981. № 2. С. 7–13.
- [4] Крукиер Л. А. Математическое моделирование гидродинамических процессов в Азовском море. В кн. “Закономерности океанографических и биологических процессов в Азовском море”. Апатиты: Изд-во КНЦ РАН, 2000. С. 129–163.
- [5] Морской гидрометеорологический ежемесячник. Черное и Азовское моря. Севастополь, 1974. № 10. С. 32–41.
- [6] Чикин А. Л. Трехмерная математическая модель гидродинамики Азовского моря. // Тр. Всеросс. конф. “Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности”. Дюрсо, 2000. С. 222–229.