ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

Э. А. БОНДАРЕВ, В. Е. НИКОЛАЕВ, К. К. АРГУНОВА
Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия
e-mail: bondarev@iptpn.ysn.ru

При разработке газоконденсатных месторождений часто оказывается, что наиболее ценным продуктом является не сам природный газ, а содержащийся в нем конденсат, то есть смесь жидких углеводородов, содержащих большое количество ароматических веществ, необходимых для производства очень многих химических продуктов. В пластовых условиях при высоких давлениях и температурах конденсат полностью растворен в газе, однако, из-за особенностей термодинамического поведения этой смеси при отборе газа, которые приводят к снижению давления и температуры, конденсат начинает выделяться в жидкую фазу в самом пласте. В результате происходит безвозвратная потеря ценного продукта. Чтобы этого не произошло, используется так называемый сайклинг – процесс. Он заключается в том, что после извлечения смеси и выделения из нее жидкой фракции так называемый сухой газ возвращается в пласт для поддержания пластового давления на уровне, превышающем точку начала конденсации.

Для математического описания процесса нагнетания газа в теплоизолированный пласт через одиночную скважину воспользуемся полной системой уравнений, описывающей плоскорадиальную неизотермическую фильтрацию идеального газа [1]:

$$\left(1-\frac{p}{T}\right)\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rp\frac{\partial p}{\partial r}\right)-\left(1-\frac{c_p}{R}\frac{p}{T}\right)\frac{p}{T}\frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial r}+\delta\frac{p}{T}\nabla^2 T,$$

$$\left(1-\frac{p}{T}\right)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rp\frac{\partial p}{\partial r}\right)-\left(1-\frac{c_p}{R}\right)\frac{p}{T}\frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial r}+\delta\nabla^2 T,\tag{1}$$

$$1<r<R_k,\quad 0<t\le\bar{t}_0.$$

где $\overline{T}=\dfrac{c_r T}{mp_0}$, $\overline{p}=\dfrac{p}{p_0}$, $\bar{r}=\dfrac{r}{r_w}$, $\delta=\dfrac{\kappa}{\kappa_p}$, $\kappa_{\text{p}}=\dfrac{kp_0}{m\mu}$, $\bar{t}=\dfrac{\kappa_p t}{r_w^2}$, $m-$ пористость, k - коэффициент проницаемости пласта, R - газовая постоянная, r - радиальная координата, t - время, p - давление, T - температура, c_p, μ - удельная теплоемкость и динамическая вязкость газа, κ, κ_p, c_r - температуропроводность, пьезопроводность и объемная теплоемкость насыщенного газом пласта, соответственно; индексы: 0 – начальное состояние, w - на стенке скважины. Здесь и в дальнейшем черта над безразмерными переменными для удобства опускается.

При нагнетании газа, в отличие от его отбора граничные условия на скважине могут быть заданы произвольно. Таким образом, на внутренней границе пласта возможно задание либо 1) постоянного расхода газа

$$-\frac{p}{T}\frac{\partial p}{\partial r}=A,\quad r=1,\tag{2}$$

где $A=\dfrac{m\mu\,RM}{2\pi\,khp_0c_r}$, M - массовый расход газа, h - мощность газоносного пласта; либо 2) постоянного забойного давления

$$p=p_w,\quad r=1.\tag{3}$$

Каждое из этих условий дополняется условием постоянства температуры нагнетаемого газа:

$$T=T_b,\quad r=1.\tag{4}$$

На внешней границе задаются условия непроницаемости пласта для фильтрующегося газа и тепловой изоляции:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0,\quad \frac{\partial T}{\partial r}=0,\quad r=R_k.\tag{5}$$

В начальный момент времени давление и температура считаются постоянными

$$p(r,0)=1,\quad T(r,0)=T_0,\quad 1\le r\le R_k. \tag{6}$$

Для решения начально-краевой задачи (1) – (6) аппроксимируем уравнения системы (1) чисто неявной абсолютно устойчивой разностной схемой, полученной при помощи метода баланса:

$$\begin{aligned}
&\overset{s}{\rho}_i \frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\overset{s}{k}_{i+1}\frac{y_{i+1}^{j+1}-y_i^{j+1}}{h^2}-\overset{s}{k}_i\frac{y_i^{j+1}-y_{i-1}^{j+1}}{h^2}-\overset{s}{m}_i\frac{y_{i+1}^{j+1}-y_{i-1}^{j+1}}{2h}+\overset{s}{f}_i,\\
&\overset{s}{c}_i \frac{u_i^{j+1}-u_i^j}{\tau}=\overset{s}{a}_{i+1}\frac{u_{i+1}^{j+1}-u_i^{j+1}}{h^2}-\overset{s}{a}_i\frac{u_i^{j+1}-u_{i-1}^{j+1}}{h^2}-\overset{s}{b}_i\frac{u_{i+1}^{j+1}-u_{i-1}^{j+1}}{2h}+\overset{s}{g}_i,\\
&i=\overline{1,n-1};\quad j=\overline{0,j_0-1}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Чтобы получить разностную схему для внутренней границы при постоянном расходе газа, второе уравнение системы (1) умножаем на p/T и вычитаем из первого. Тогда имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{p}{T}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rp\frac{\partial p}{\partial r}\right)-\frac{p}{T}\frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial r}.$$

Интегрируя данное уравнение в элементарной ячейке, получим, что для постоянного расхода газа разностный аналог граничного условия (2) имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{y_0^{j+1}-y_0^j}{\tau}\frac{h}{2}=\overset{s}{k}_1\frac{y_1^{j+1}-y_0^{j+1}}{h}+A\overset{s}{u}{}_0^{j+1}-\overset{s}{m}_0\frac{y_1^{j+1}-y_0^{j+1}}{h}\frac{h}{2}+\overset{s}{f}_0\frac{h}{2},\\
&j=\overline{0,j_0-1},
\end{aligned} \tag{8}$$

а для постоянного давления

$$y_0^{j+1}=p_w,\quad j=\overline{0,j_0-1}. \tag{9}$$

Для температуры на забое скважины

$$u_0^{j+1}=T_b,\quad j=\overline{0,j_0-1}. \tag{10}$$

Разностная аппроксимация условий на внешней границе имеет вид

$$\begin{aligned}
&\overset{s}{\rho}_n \frac{y_n^{j+1}-y_n^j}{\tau}\frac{h}{2}=-\overset{s}{k}_n\frac{y_n^{j+1}-y_{n-1}^{j+1}}{h}-\overset{s}{m}_n\frac{y_n^{j+1}-y_{n-1}^{j+1}}{h}\frac{h}{2}-\overset{s}{a}_n\frac{u_n^{j+1}-u_{n-1}^{j+1}}{h},\\
&\overset{s}{c}_n \frac{u_n^{j+1}-u_n^j}{\tau}\frac{h}{2}=-\overset{s}{a}_n\frac{u_n^{j+1}-u_{n-1}^{j+1}}{h}-\overset{s}{b}_n\frac{u_n^{j+1}-u_{n-1}^{j+1}}{h}\frac{h}{2}-\overset{s}{k}_n\frac{y_n^{j+1}-y_{n-1}^{j+1}}{h},\\
&j=\overline{0,j_0-1}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Начальные условия аппроксимируем в виде

$$y_i^0=1,\ u_i^0=T_0,\quad i=\overline{0,n}. \tag{12}$$

В этих соотношениях

$$\overset{s}{\rho}_i=r_i\left(1-\frac{\overset{s}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{J+1}}\right),\ \overset{s}{k}_i=r_{i-1/2}\,\overset{s}{y}{}_{i-1/2}^{j+1},\ r_{i-1/2}=\frac{r_{i-1}+r_i}{2},\ \overset{s}{y}{}_{i-1/2}^{j+1}=\frac{\overset{s}{y}{}_{i-1}^{j+1}+\overset{s}{y}{}_i^{j+1}}{2},$$

$$\overset{s}{m}_i=r_i\left(1-\frac{c_p}{R}\frac{\overset{s}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{j+1}}\right)\frac{\overset{s}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{j+1}}\frac{\overset{s}{u}{}_{i+1}^{j+1}-\overset{s}{u}{}_{i-1}^{j+1}}{2h},\ \overset{s}{m}_0=\left(1-\frac{c_p}{R}\frac{\overset{s}{y}{}_0^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_0^{j+1}}\right)\frac{\overset{s}{y}{}_0^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_0^{j+1}}\frac{\overset{s}{u}{}_1^{j+1}-\overset{s}{u}{}_0^{j+1}}{h},$$

$$\overset{s}{a}_i=\delta r_{i-1/2},\ \overset{s}{c}_i=r_i\left(1-\frac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{j+1}}\right),\ \overset{s}{b}_i=r_i\left(1-\frac{c_p}{R}\right)\frac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{j+1}}\frac{\overset{s+1}{y}{}_{i+1}^{j+1}-\overset{s+1}{y}{}_{i-1}^{j+1}}{2h},$$

$$\overset{s}{f}_i = \delta \frac{\overset{s}{y}{}_i^{j+1}}{\overset{s}{u}{}_i^{j+1}} \left(r_{i+1/2} \frac{\overset{s}{u}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s}{u}{}_i^{j+1}}{h^2} - r_{i-1/2} \frac{\overset{s}{u}{}_i^{j+1} - \overset{s}{u}{}_{i-1}^{j+1}}{h^2} \right), \; \overset{s}{f}_0 = \frac{\overset{s}{y}{}_i^{j}}{\overset{s}{u}{}_i^{j}} \frac{\overset{s}{u}{}_i^{j+1} - u_i^j}{\tau},$$

$$\overset{s}{g}_i = r_{i+1/2} \overset{s+1}{y}{}_{i+1/2}^{j+1} \frac{\overset{s+1}{y}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}}{h^2} - r_{i-1/2} \overset{s+1}{y}{}_{i-1/2}^{j+1} \frac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_{i-1}^{j+1}}{h^2}.$$

Для численной реализации разностной задачи (7) – (12) воспользуемся методом простых итераций. Итерационный процесс организуем следующим образом:

а) задаем начальное приближение $\overset{0}{y}{}_i^{j+1} = y_i^j$, $\overset{0}{u}{}_i^{j+1} = u_i^j$, $i = \overline{0,n}$;

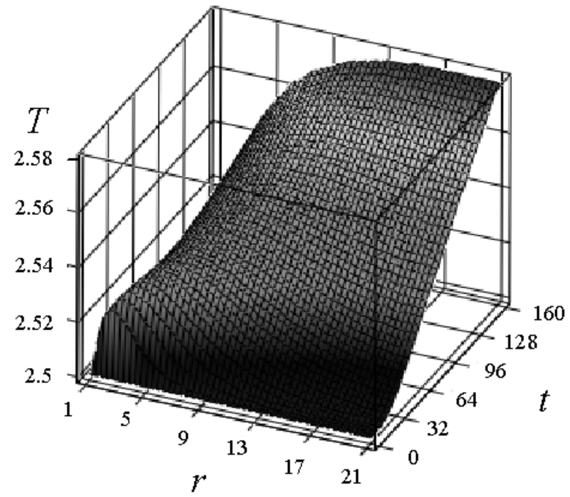

Рис. 1

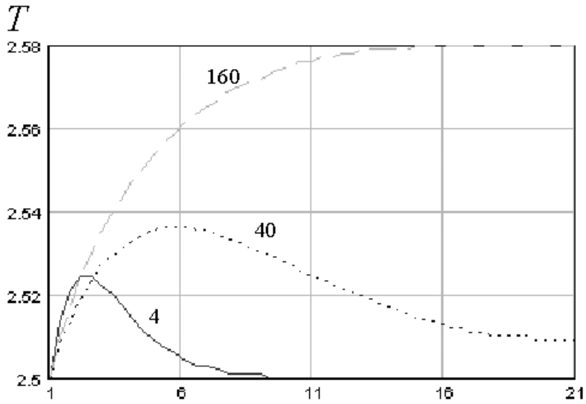

Рис. 3

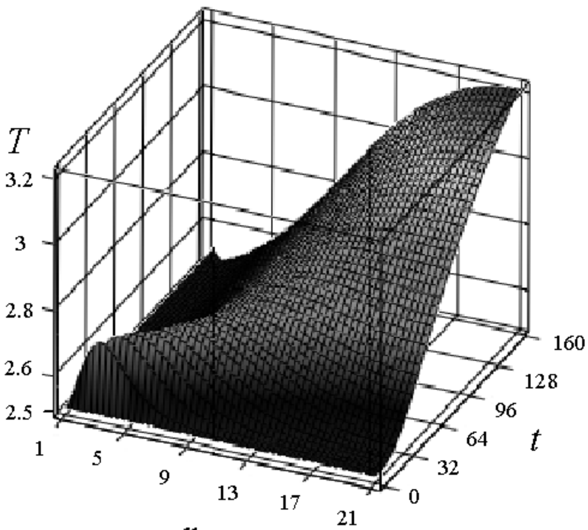

Рис. 2

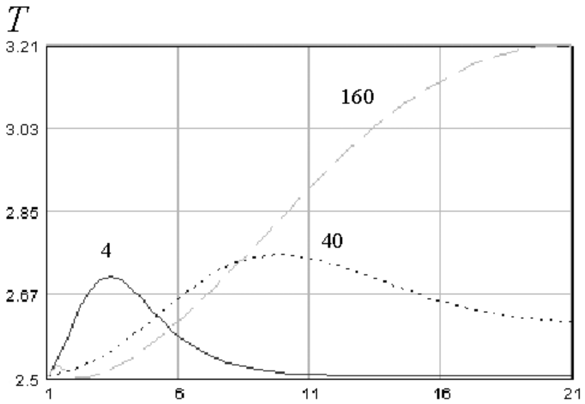

Рис. 4

б) методом прогонки решаем линейную систему уравнений относительно неизвестных $\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}$, $i = \overline{0,n}$:

$$-C_0 \overset{s+1}{y}{}_0^{j+1} + B_0 \overset{s+1}{y}{}_1^{j+1} = -F_0 \text{ или } \overset{s+1}{y}{}_0^{j+1} = p_w,$$

$$A_i \overset{s+1}{y}{}_{i-1}^{j+1} - C_i \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} + B_i \overset{s+1}{y}{}_{i+1}^{j+1} = -F_i, \; i = \overline{1, n-1},$$

$$A_n \overset{s+1}{y}{}^{j+1}_{n-1} - C_n \overset{s+1}{y}{}^{j+1}_{n} = -F_n ;$$

где

$$C_0 = \frac{\overset{s}{\rho}_0}{\tau}\frac{h}{2} + \frac{\overset{s}{k}_1}{h} - \frac{\overset{s}{m}_0}{2},\ B_0 = \frac{\overset{s}{k}_1}{h} - \frac{\overset{s}{m}_0}{2},\ F_0 = \frac{\overset{s}{\rho}_0}{\tau}\frac{h}{2} y_0^j - A \overset{s}{u}{}_0^{j+1},$$

$$A_i = \frac{\overset{s}{k}_i}{h^2} + \frac{\overset{s}{m}_i}{2h},\ C_i = \frac{\overset{s}{\rho}_i}{\tau} + \frac{\overset{s}{k}_{i+1}}{h^2} + \frac{\overset{s}{k}_i}{h^2},\ B_i = \frac{\overset{s}{k}_{i+1}}{h^2},\ F_i = \frac{\overset{s}{\rho}_i}{\tau} y_i^j ;$$

в) таким же образом методом прогонки решаем разностные уравнения для температуры;

г) проверяем выполнения условий сходимости итераций

$$\max_{i=0,n}\left| \overset{s+1}{y}{}^{j+1}_{i} - \overset{s}{y}{}^{j+1}_{i} \right| < \varepsilon_1,\ \max_{i=0,n}\left| \overset{s+1}{u}{}^{j+1}_{i} - \overset{s}{u}{}^{j+1}_{i} \right| < \varepsilon_2 .$$

Если эти условия не выполняются, то s увеличиваем на единицу и возвращаемся к пункту б), а если выполняются, то переходим к следующему временному слою.

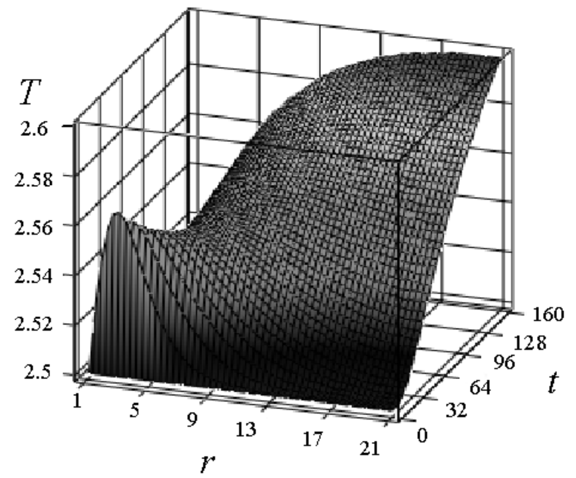

Рис. 5

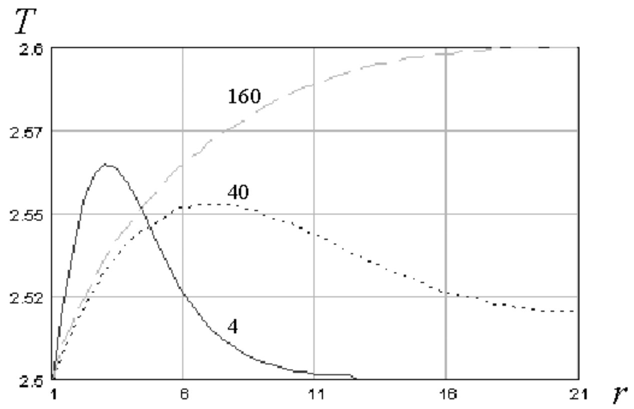

Рис. 7

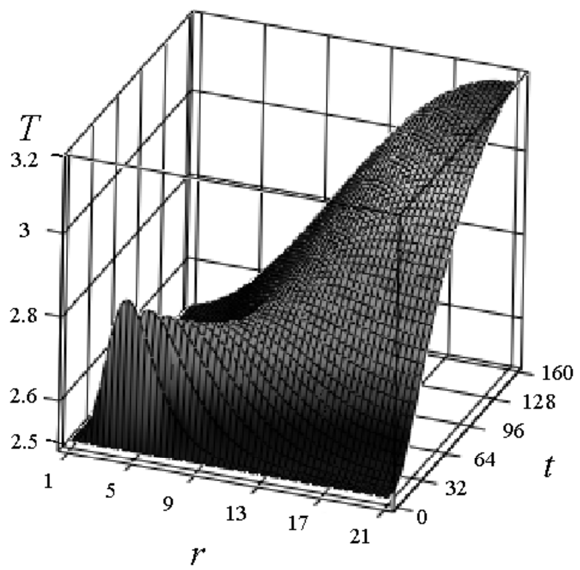

Рис. 6

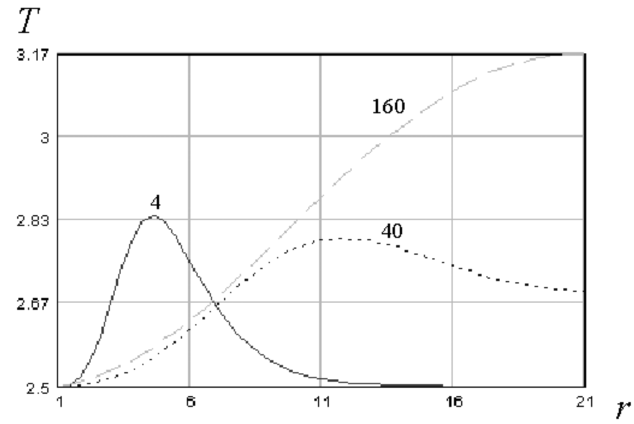

Рис. 8

В вычислительном эксперименте изучалось влияние режима нагнетания газа (массовый расход или давление нагнетания) на динамику изменения температуры в пласте. При этом принималось, что $T_b = T_0 = 2.5,\ R_k = 21,\ \ \delta = 0.4,\ c_p / R = 5$, то есть температура нагнетаемого газа была равна начальной температуре пласта. Для режима закачки газа с постоянным массовым расходом параметр A принимал значения 0.03 или 0.3, а при закачке с постоянным давлением последнее выбиралось таким образом, чтобы обеспечить указанные значения параметра A. Результаты расчетов представлены на рис. 1 – 8. Первые четыре рисунка соответствуют режиму постоянного расхода газа (рис. 1 и рис3 для $A = 0.03$, рис. 2 и рис. 4 для $A = 0.3$), последние – постоянного забойного давления (рис. 5 и рис. 7 для $p_w = 1.234$, рис. 6 и рис. 8 для $p_w = 2.363$).

Проанализируем полученные результаты. Прежде всего, отметим, что в полном соответствие с физикой процесса во всех случаях наблюдается повышение температуры газа за счет адиабатического сжатия, при этом, как и следовало ожидать, интенсивность нагрева возрастает с ростом расхода (сравни рис. 1 и рис. 3 с рис. 2 и рис. 4 или рис. 5 и рис. 7 с рис. 6 и рис. 8). Другая интересная особенность этого процесса заключается в том, что при нагнетании газа с постоянным забойным давлением температура растет быстрее и на много большую величину, чем в режиме постоянного расхода (сравни рис. 1 – 4 с рис. 5 – 8). Это особенно хорошо заметно при сравнении кривых с цифрой 4 на рис. 3 и рис. 4 с такими же кривыми на рис. 7 и рис. 8. Очень интересной особенностью этих двух режимов является немонотонное изменение температуры газа в пласте, причем она наиболее ярко выражена для закачки газа при постоянном давлении нагнетания (сравни, например, рис. 2 с рис. 6 или рис. 4 с рис. 8). Важно отметить, что эта особенность проявляется в той части пласта, которая располагается ближе к нагнетательной скважине.

При внимательном рассмотрении рис. 5 – рис. 8 можно предположить, что при нагнетании газа в пористой среде образуется своеобразная тепловая волна, амплитуда которой либо возрастает со временем (режим постоянного расхода, рис. 3 и рис. 4), либо затухает (режим постоянного забойного давления, рис. 7 и рис. 8). Возрастание (затухание) амплитуды интенсифицируется с уменьшением расхода (давления нагнетания) газа.

Список литературы.

[1] Бондарев Э. А., Васильев В. И., Воеводин А. Ф. и др. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа // Новосибирск: Наука, Сиб. отд – ние. 1988. 272 с.