

## ТЕПЛОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ТРЕХМЕРНЫХ РАСЧЕТАХ ЗАДАЧ СОУДАРЕНИЯ

Е.Б. ВИДИЩЕВА, С.А. ЗЕЛЕПУГИН

*Отдел структурной макрокинетики ТНЦ СО РАН, Томск, Россия*

e-mail: lenav@dsm.tsc.ru

Т.М. ПЛАТОВА

*Томский государственный университет, Россия*

For an estimation of the characteristics of materials at dynamic loading the problem of interaction of cylindrical bodies with a rigid wall is traditionally studied. In the given work this problem was investigated numerically in three-dimensional statement by finite element method. Two series of numerical computations were carried out using experimental results. In the first one the influence of preliminary heating of steel, copper, aluminum and uranium cylinders on strength characteristics was investigated. In the second one the process of deformation of steel cylinders with various strength characteristics was investigated using the model of heat effects. The relation of final length of the cylinder to initial one was used as the criterion of comparison of numerical and experimental results. The good correlation of relative lengths of cylinders received in experiments and computations at room and elevated temperatures were observed.

## Введение

Для оценки прочностных характеристик материалов при динамическом нагружении традиционно исследуется задача взаимодействия цилиндрических тел с жесткой стенкой [1–6]. Сведения о реакции материалов на динамическую нагрузку могут быть получены различными экспериментальными методами [8], однако среди них своей простотой постановки эксперимента и интерпретации результатов выделяется расчетно-экспериментальный метод Тейлора [1]. В методе Тейлора цилиндрический образец из исследуемого материала соударяется по нормали с жесткой преградой или, для устранения возможного влияния преграды, два идентичных цилиндрических образца взаимодействуют друг с другом [4]. Из экспериментов извлекается информация о геометрических параметрах образцов после испытания. Процедура получения из опытных данных конкретных значений величин, характеризующих прочностные свойства испытанного материала, связана с применением расчетных методов – аналитических или численных.

Современный подход к анализу и интерпретации опытных результатов, полученных методом Тейлора, состоит в численном моделировании по двумерным и трехмерным математическим программам при заданном определяющем уравнении материала образца полной его послеопытной геометрии [5, 6, 8]. В данной работе численно в трехмерной постановке методом конечных элементов на основе экспериментальных данных [3, 4] исследовано влияние предварительного нагрева тела на прочностные характеристики материала и с использованием модели учета влияния тепловых эффектов изучен процесс деформирования стальных тел с различными прочностными характеристиками.

## 1. Постановка задачи

Система уравнений, описывающая нестационарные адиабатические (как при упругом, так и при пластическом деформировании) движения сжимаемой среды состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии, изменения удельного объема трещин:

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\rho dv_i / dt = \sigma_{ij}, \quad (2)$$

$$dE / dt = (1/\rho) \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

$$\frac{dV_f}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{при } |P_c| \leq P^* \text{ или } (P_c > P^* \text{ и } V_f = 0), \quad P^* = P_k V_1 / (V_f + V_1), \\ -\operatorname{sign}(P_c) K_4 (|P_c| - P^*) (V_2 + V_f) & \text{при } P_c < -P^* \text{ или } (P_c > P^* \text{ и } V_f > 0), \end{cases} \quad (4)$$

где  $\rho$  — плотность,  $v_i$  — компоненты вектора скорости,  $E$  — удельная внутренняя энергия,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора скоростей деформаций,  $\sigma_{ij} = -(P+Q) \delta_{ij} + S_{ij}$  — компоненты тензора напряжений,  $S_{ij}$  — компоненты девиатора напряжений,  $P_c$  — давление в сплошной компоненте вещества,  $P = P_c(\rho/\rho_c)$  — среднее давление,  $Q$  — искусственная вязкость,  $V_1, V_2, P_k, K_4$  — экспериментально определяемые константы материала. В

формулах для произведения тензоров, записанных в индексной форме, предполагается суммирование по повторяющимся индексам.

Моделирование разрушений проводится с помощью кинетической модели разрушения активного типа, определяющей рост микротрещин, непрерывно изменяющих свойства материала и вызывающих релаксацию напряжений. Давление в неповрежденном веществе является функцией удельного объема, удельной внутренней энергии, удельного объема трещин и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа Ми–Грюнаизена по формуле [3]:

$$P_c = \rho_0 a^2 \mu + \rho_0 a^2 [1 - \gamma_0/2 + 2(b-1)] \mu^2 + \rho_0 a^2 [2(1 - \gamma_0/2)(b-1) + 3(b-1)^2] \mu^3 + \gamma_0 \rho_0 E,$$

где  $\mu = V_0 / (V_0 - V_f) - 1$ ,  $\gamma_0$  — коэффициент Грюнаизена,  $V_0$  и  $V$  — начальный и текущий удельные объемы,  $a$  и  $b$  — константы из адиабаты Гюнио, описываемой линейным соотношением  $D = a + bu_m$ , где  $D$  — скорость ударной волны,  $u_m$  — массовая скорость вещества за фронтом ударной волны.

Девиаторные составляющие тензора напряжений находятся из соотношения:

$$2G \left( \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) = \frac{dS_{ij}^0}{dt} + \lambda S_{ij},$$

где  $dS_{ij}^0/dt$  — производная по Яуманну. Параметр  $\lambda$  тождественно равен 0 при упругой деформации, а при наличии пластической — определяется с помощью условия текучести Мизеса:

$$S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma^2.$$

В приведенных выше формулах  $G$  — модуль сдвига,  $\sigma$  — динамический предел текучести, которые определяются согласно соотношениям [3, 7]:

$$G = G_0 [1 + cP / (1 + \mu)^{1/3} + h(T - 300)] V_3 / (V_f + V_3) \text{ при } T \leq T_m,$$

$$G = 0 \text{ при } T > T_m,$$

$$\sigma = \sigma_0 [1 + cP / (1 + \mu)^{1/3} + h(T - 300)] (1 - V_f / V_4) \text{ при } T \leq T_m \text{ и } V_f \leq V_4, \quad (5)$$

$$\sigma = 0 \text{ при } T > T_m \text{ и } V_f > V_4.$$

Здесь  $T_m$  — температура плавления вещества,  $c$ ,  $h$ ,  $V_3$  и  $V_4$  — экспериментально определяемые константы материала. Значение температуры вычисляется согласно [3]:

$$T = (E - E_{0x}) / c_p = [E - E_0 - E_1 \mu - (-E_1 + E_2) \mu^2 - (E_1 - 2E_2 + E_3) \mu^3 - (-E_1 + 3E_2 - 3E_3 + E_4) \mu^4] / c_p,$$

$$E_0 = -300c_p, \quad E_1 = \gamma_0 E_0, \quad E_2 = (a^2 + \gamma_0^2 E_0) / 2,$$

$$E_3 = (4ba^2 + \gamma_0^4 E_0), \quad E_4 = (-2\gamma_0 ba^2 + 18b^2 a^2 + \gamma_0^4 E_0),$$

где  $c_p$  — удельная теплоемкость,  $E_{0x}$  — холодная составляющая удельной внутренней энергии.

Рассматривается задача соударения цилиндрического ударника по нормали с жесткой стенкой. Вектор скорости цилиндра до начала взаимодействия совпадает с его осью симметрии и с нормалью преграды. Ударник, занимающий область  $D$ , имеет границы  $R_1$  и  $R_2$ , где  $R_1$  — контактная граница ударника и жесткой стенки, а  $R_2$  — свободная граница ударника. Для уравнений (1) – (5) ставится задача с начальными при  $t=0$  и граничными на поверхностях  $R_1$  и  $R_2$  условиями. Начальные условия имеют вид:

$$\sigma_{ij}(0, x) = E(0, x) = V_f(0, x) = 0, \text{ при } x \in D,$$

$$\rho(0, x) = \rho_0, \quad v_1(0, x) = 0, \quad v_2(0, x) = 0, \quad v_3(0, x) = -v_0 \text{ при } x \in D.$$

Граничные условия задаются следующим образом. На свободной поверхности:

$$T_{nn}(t, x) = T_{n\tau_1}(t, x) = T_{n\tau_2}(t, x) = 0 \text{ при } x \in R_2. \quad (6)$$

На контактной поверхности между ударником и жесткой стенкой реализуется условие скольжения:

$$T_{n\tau_1}(t, x) = T_{n\tau_2}(t, x) = 0, \quad v_n(t, x) = 0 \text{ при } x \in R_1, \quad (7)$$

где  $n$  — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — взаимно перпендикулярные единичные векторы в плоскости, касательной к поверхности в рассматриваемой точке,  $T_n$  —

вектор силы на площадке с нормалью  $n$ . В (6), (7) индексы  $\tau_1, \tau_2, n$  у векторов  $T_n$  и  $\nu$  означают их проекции на соответствующий базисный вектор.

Для решения сформулированной выше краевой задачи использовался метод конечных элементов [9, 10].

## 2. Результаты численных расчетов

Были проведены две серии численных расчетов. В первой серии с использованием экспериментальных результатов исследовалось влияние предварительного нагрева тела на прочностные характеристики материала. Во второй серии расчетов с использованием модели учета влияния тепловых эффектов изучен процесс деформирования стальных тел с различными прочностными характеристиками.

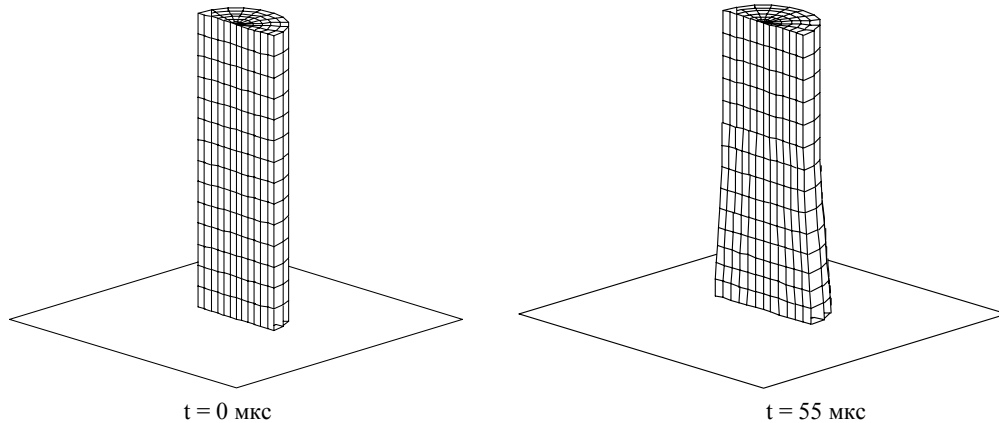


Рис.1. Конфигурации цилиндрического ударника в различные моменты времени.

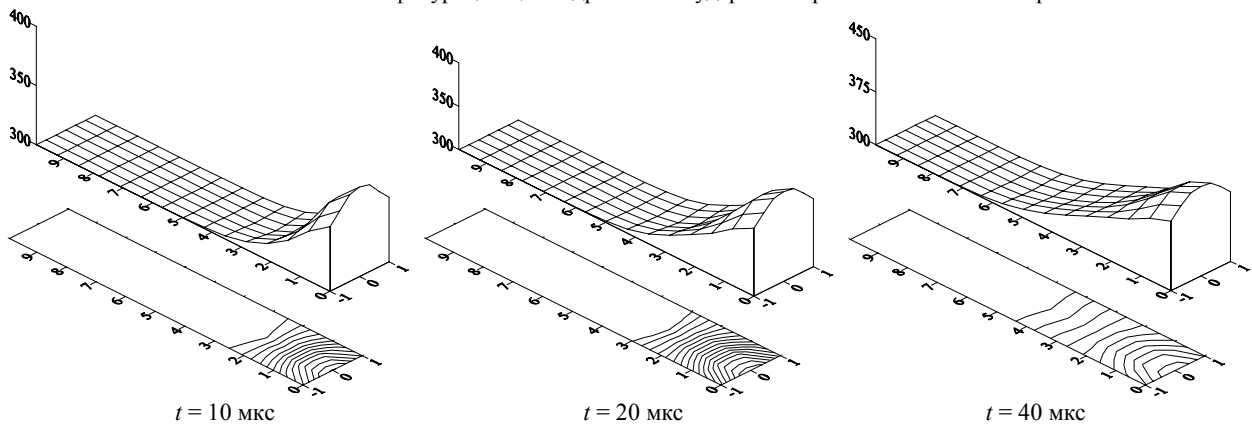


Рис. 2. Поверхности и изолинии температуры в сечении цилиндра плоскостью симметрии в различные моменты времени. Удар по нормали к жесткой стенке,  $T_0 = 300$  К,  $v_0 = 180$  м/с.

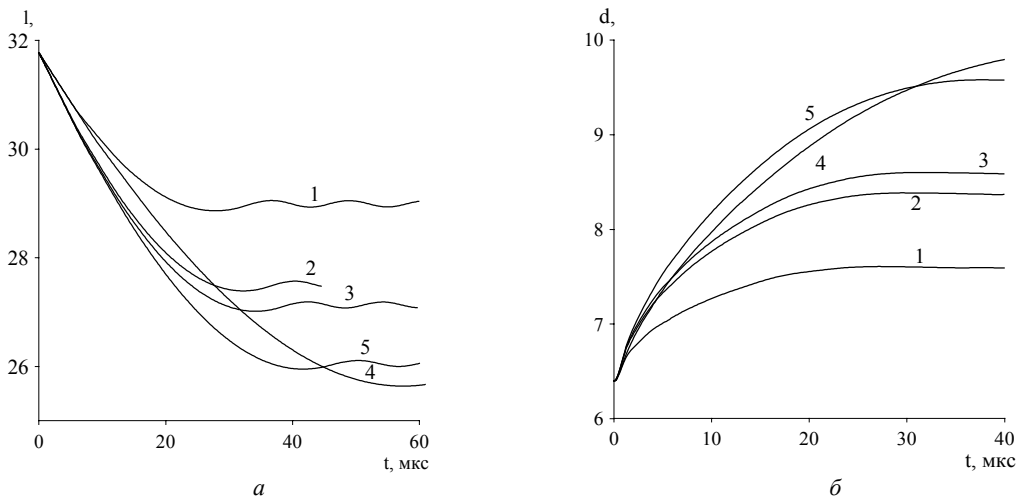


Рис. 3. Зависимость длины (а) и максимального значения диаметра (б) от времени:

1 –  $v_0 = 180$  м/с; 2 –  $v_0 = 232$  м/с; 3 –  $v_0 = 237$  м/с,  $T_0 = 730$  К,  $d = -1.6 \cdot 10^{-4}$  К $^{-1}$ ;  
4 –  $v_0 = 180$  м/с,  $T_0 = 1280$  К,  $d = -6.2 \cdot 10^{-4}$  К $^{-1}$ ; 5 –  $v_0 = 237$  м/с,  $T_0 = 730$  К,  $d = -6.2 \cdot 10^{-4}$  К $^{-1}$ .

В первой серии расчетов рассматривалась задача взаимодействия стального цилиндра диаметром 6.4 мм и высотой 31.77 мм по нормали с жесткой стенкой при различных начальных температурах. Начальная скорость ударника изменялась в диапазоне от 180 до 237 м/с. На рис. 1 представлены конфигурации цилиндрического ударника при начальной температуре 300 К для скорости удара 180 м/с. Фрагменты процесса соответствуют моментам времени 0 и 55 мкс.

На рис. 2 для иллюстрированного выше случая представлены поверхности и изолинии температуры в сечении цилиндра плоскостью симметрии. Они характеризуют области распределения температур в ударнике. Из рисунка видно, что максимальные значения температуры находятся на контактной поверхности, а ближе к тыльной поверхности температура уменьшается до начальной.

На рис. 3 представлены графики, позволяющие проследить изменение длины и максимального значения диаметра цилиндра для скоростей удара 180, 232, 237 м/с и различных значений начальной температуры. При увеличении скорости удара диаметр деформирующегося цилиндра возрастает, а конечная длина уменьшается (кривые 1 и 2). Предварительный нагрев тела при той же скорости контакта приводит к существенному возрастанию диаметра цилиндра и уменьшению его длины (кривые 1 и 4). С целью уточнения модели, учитывающей влияние предварительного нагрева материала цилиндра до высоких температур, в расчетах изменялась величина коэффициента  $h$ . Из анализа рис. 3 видно, что при изменении значения коэффициента  $h = -1.6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  на  $h = -6.2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  диаметр деформирующегося цилиндра увеличивается, а его конечная длина уменьшается (кривые 3 и 5).

Таблица 1

№	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$T_0$ , К	$u_0$ , м/с	$h$ , К <sup>-1</sup>	$l_k/l_0$		%
					расч.	эсп.	
1	7843	300	180	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.909	0.907	0.2
2	7834	300	232	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.865	0.862	0.3
3	7840	730	237	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.854	0.794	6.0
4	7840	730	237	$-6.2 \cdot 10^{-4}$	0.821	0.794	2.7
5	7820	1280	180	$-6.2 \cdot 10^{-4}$	0.819	0.655	16.5

В табл. 1 представлены результаты численных расчетов в сравнении с экспериментальными данными, приведенными в [3]. Критерием сравнения расчетных и экспериментальных данных служило отношение конечной длины цилиндра к начальной  $l_k/l_0$ . Наблюдается хорошее согласие относительных длин цилиндров, полученных в экспериментах и численных расчетах при нормальной температуре. При этом при повышении начальной скорости удара расхождение результатов несколько увеличивается. Применение значения  $h = -6.2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  для скорости контакта 237 м/с и начальной температуры 730 К указывает на тенденцию уменьшения расхождения расчетного значения относительной длины цилиндра от экспериментального.

Во второй серии расчетов рассматривалось взаимодействие стального цилиндра диаметром 12.5 мм и высотой 37.5 мм по нормали с жесткой стенкой при различных динамических пределах текучести  $\sigma$ . Начальная скорость менялась от 250 до 600 м/с. Материал ударника - сталь с динамическим пределом текучести 0.8 и 1.2 ГПа.

На рис. 4 представлены конфигурации цилиндрического ударника при ударе с начальной скоростью 400 м/с, значение динамического предела текучести составило 0.8 ГПа. Фрагменты процесса соответствуют моментам времени 0 и 60 мкс. Конечная форма цилиндра соответствует полученной в экспериментах [4].

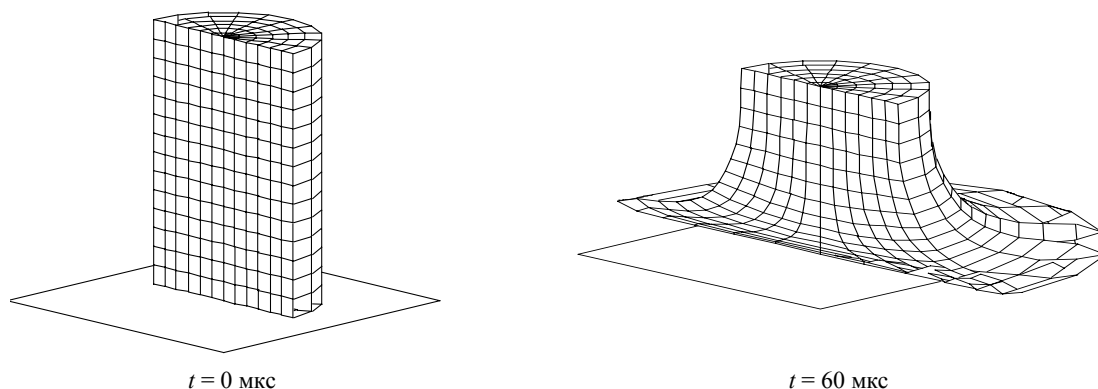


Рис. 4. Конфигурации цилиндрического ударника в различные моменты времени.

Динамику процесса иллюстрируют представленные на рис. 5 графики изменения длины и максимального значения диаметра цилиндра с различными динамическими пределами текучести. Увеличение динамического предела текучести приводит к тому, что максимальный диаметр деформирующегося цилиндра уменьшается, а конечная длина увеличивается (кривые 1 и 2, 3 и 4). Также изменяется продолжительность процесса. Так, при  $\sigma = 0.8$  ГПа процесс длится несколько дольше, чем при  $\sigma = 1.2$  ГПа (кривые 3 и 4).

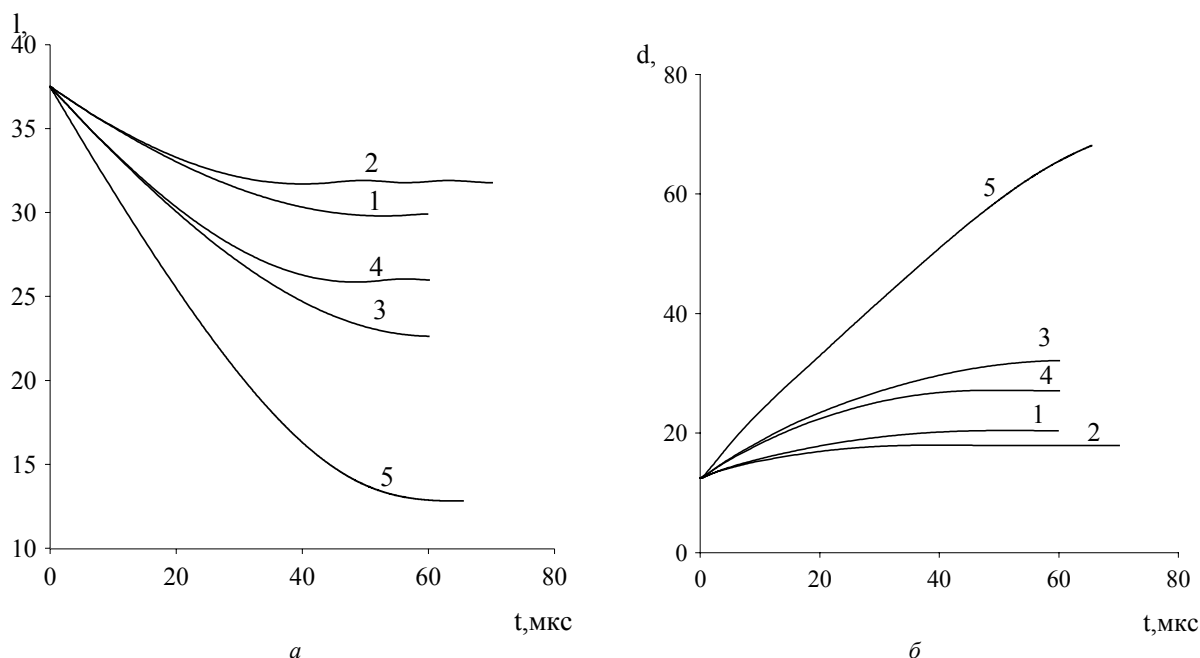


Рис. 5. Зависимость длины (а) и максимального значения диаметра (б) цилиндра с начальными размерами 12.5 мм и 37.5 мм от времени:  
 1 -  $v_0 = 250$  м/с,  $\sigma = 0.8$  ГПа; 2 -  $v_0 = 250$  м/с,  $\sigma = 1.2$  ГПа; 3 -  $v_0 = 400$  м/с,  $\sigma = 0.8$  ГПа;  
 4 -  $v_0 = 400$  м/с,  $\sigma = 1.2$  ГПа; 5 -  $v_0 = 600$  м/с,  $\sigma = 0.8$  ГПа.

Таблица 2

№	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$v_0$ , м/с	$h$ , К <sup>-1</sup>	$\sigma$ , ГПа	$l_k/l_0$		%
					расч.	эксп	
1	7850	250	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.8	0.796	0.808	1.2
2	7850	250	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	1.2	0.849	0.837	1.2
3	7850	400	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.8	0.603	0.590	1.3
4	7850	400	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	1.2	0.689	0.641	4.8
5	7850	600	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	0.8	0.342	0.334	0.8

В табл. 2 представлены результаты численных расчетов в сравнении с экспериментальными данными. Наблюдается хорошее согласие расчетных данных с экспериментальными, расхождение в большинстве исследуемых случаев составляет около 1%.

## Заключение

В данной работе численно в трехмерной постановке методом конечных элементов на основе экспериментальных данных исследовано влияние предварительного нагрева тела на прочностные характеристики материала и с использованием модели учета влияния тепловых эффектов изучен процесс деформирования стальных тел с различными прочностными характеристиками.

Проведено две серии численных расчетов. Были подобраны коэффициенты модели, что позволило приблизить расчетные значения к экспериментальным данным. Также показано, что для материалов с различными прочностными характеристиками расхождение численных результатов с экспериментальными данными в большинстве случаев составило не более 1%.

## Список литературы

- [1] Taylor G. I. The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress // *Prog. Roy. Soc.*, 3. 1948. P. 194.
- [2] Уилкинс М.Л., Гуинан М.У. Удар цилиндра по жесткой преграде // *Механика*. 1973. №3. С. 112–128.
- [3] Gust W.H. High impact deformation of metal cylinders at elevated temperatures. // *J. Appl. Phys.* Vol. 53, № 5. 1982. P. 3566–3575.
- [4] Богомолов А.Н., Горельский В.А., Зелепугин С.А., Хорев И.Е. Поведение тел вращения при динамическом контакте с жесткой стенкой // *ПМТФ*. 1986. №1. С. 161–163.
- [5] Вишняков С.Н., Горельский В.А., Зелепугин С.А. Численное моделирование динамического контактирования цилиндрических тел с жесткой стенкой с учетом тепловых эффектов // *Механика деформируемого твердого тела*. Томск: изд-во Томск. гос. ун-та. 1992. С. 58–64.
- [6] Глушак А.Б., Новиков С.А. Сопротивление металлов пластической деформации при высокоскоростном сжатии // *Хим. физика*. 2000. Т. 19, №2. С. 65–69.
- [7] Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах // Москва: "Янус-К". 1996. 408 с.
- [8] Видищева Е.Б., Семенцова М.А., Зелепугин С.А., Платова Т.М. Численное исследование развития повреждений в керамике при двукратном ударном нагружении // *Математическое моделирование процессов в синергетических системах: Сборник статей*. Улан-Удэ - Томск: Изд-во Том. гос. ун-та. 1999. С. 171–173.
- [9] Горельский В.А., Зелепугин С.А., Смолин А.Ю. Исследование влияния дискретизации при расчете методом конечных элементов трехмерных задач высокоскоростного удара / *Журнал выч. мат. и мат. физ.* 1997. Т. 37, № 6. С. 742–750.
- [10] Johnson G.R. High velocity impact calculations in three dimensions // *J. Appl. Mech.* Vol. 44. 1977. P. 95–100.