

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДРОБЛЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

А. В. ГЕРАСИМОВ, С. В. ПАШКОВ

*НИИ прикладной математики и механики при Томском госуниверситете, Россия*

e-mail: ger@mail.tomsknet.ru

### Введение

Процессы ударного и взрывного нагружения твердых тел играют важную роль в технике, промышленности, военном деле. При разработке конструкций, предназначенных для эксплуатации в условиях импульсного нагружения необходимо знать текущий уровень повреждений, чтобы предсказать возможное разрушение. В случае, когда поврежденность превысила критическое значение, представляет интерес информация о месте и характере разрушения, форме разрушенных частей, а в задачах дробления - информация о количестве образующихся при разрушении фрагментов, их форме, размерах, скоростях и распределении по массе. Реализация такого прогноза связана с решением задачи определения пространственно-временного распределения очагов разрушения (трещин, пор), возникающих в процессе деформирования материала, что возможно только при использовании численного моделирования процесса нагружения.

В большинстве задач о разрушении характер фрагментации определяется условиями нагружения и формой взаимодействующих тел и его можно предсказать заранее. Однако в ряде задач характер фрагментации является вероятностным процессом и определяется наличием внутренних неоднородностей, обусловленных дефектами структуры материала. К ним относятся задачи взрывного дробления, где характер фрагментации, как правило, заранее неизвестен и необходимо исследовать процесс разрушения при случайном распределении начальных дефектов. С этой точки зрения, разрушение осесимметричной цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации взрывчатых веществ наиболее удобная модельная задача, на которой можно отрабатывать методы, модели и критерии, используемые при численном моделировании вероятностного разрушения.

Численный метод, используемый для расчета фрагментации твердых тел, должен учитывать распределение начальных неоднородностей по объему тела, описывать накопление поврежденности в процессе деформирования, возникновение, рост и слияние трещин. Особенности подобных задач требуют использования лагранжевого подхода к описанию движения разрушаемой среды, т.к. он значительно упрощает отслеживание свободных и контактных границ.

Экспериментальному исследованию процессов взрывного разрушения цилиндрических оболочек посвящено большое количество работ [1-4] отечественных и зарубежных авторов. Опыты по торможению оболочек [3-4] позволили выяснить последовательность формирования зон с различным типом разрушения и порог зарождения поврежденностей и показали, что в общем случае возможно наличие двух зон разрушения. Как правило, разрушение зоны, прилегающей к внешней поверхности, происходит путем распространения трещин отрыва и зоны, прилегающей к внутренней поверхности, - путем развития полос сдвига. В последнее время внимание уделяется построению статистических моделей распределения фрагментов. Законы распределения фрагментов, полученные при разрушении оболочек взрывом, в общем случае являются бимодальными [5-7], что обусловлено наличием двух морфологических совокупностей фрагментов. Первый максимум вызван наличием большого числа мелких осколков, большинство из которых образуется при взаимодействии пересекающихся трещин сдвига во внутренней зоне разрушения. Второй максимум обусловлен наличием у оболочки характерного числа крупных осколков по окружной координате, образующихся с помощью радиальных трещин отрыва.

В настоящей работе рассматриваются особенности численной реализации задачи о фрагментации толстостенной упругопластической оболочки под действием продуктов детонации взрывчатых веществ с учетом вероятностного характера процесса дробления.

### 1. Основные соотношения

Система уравнений, описывающая движение прочной сжимаемой сплошной среды, базируется на фундаментальных законах сохранения массы, импульса и энергии и имеет следующий общий вид [8]:

$$\text{уравнение неразрывности} \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\text{уравнение движения} \quad \frac{dV_i}{dt} = F_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\text{уравнение энергии} \quad \rho \frac{dE}{dt} = s_{ij} \dot{e}_{ij} + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}, \quad (3)$$

Физические соотношения в форме Прандтля-Рейса

$$2\mu \dot{e}_{ij} = \frac{Ds_{ij}}{Dt} + \lambda s_{ij}, \quad (4)$$

Физические при условии текучести Мизеса

$$s_{ij} s_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_T^2, \quad (5)$$

$$\frac{Ds_{ij}}{Dt} = \frac{ds_{ij}}{dt} - s_{ik} \omega_{kj} - s_{kj} \omega_{ki}, \quad (6)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right), \quad (7)$$

Уравнение состояния бралось в форме Тета

$$p = A[(\rho/\rho_0)^m - 1]. \quad (8)$$

В этих уравнениях и далее использованы следующие обозначения:  $\rho_0$  - начальная плотность;  $\rho$  - текущая плотность;  $p$  - давление;  $\sigma_{ij}$  - компоненты тензора напряжений;  $s_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}$  - компоненты девиатора напряжений;  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера;  $V_i$  - компоненты вектора скорости;  $\dot{e}_{ij}$  - компоненты тензора скоростей деформации;  $\dot{\theta} = \dot{e}_{xx} + \dot{e}_{yy} + \dot{e}_{zz}$  - скорость относительной объемной деформации;  $\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij} - \dot{\theta}\delta_{ij}/3$  - компоненты девиатора скоростей деформации;  $\dot{e}_{ij}^p$  - компоненты тензора скоростей пластической деформации;  $e_{ij}$  - компоненты тензора полных деформаций;  $e_{ij}$  - компоненты девиатора упругих деформаций;  $E$  - удельная внутренняя энергия;  $\mu$  - модуль сдвига;  $\sigma_T$  - предел текучести;  $\psi$  - относительное сужение материала в шейке;  $F_i$  - компоненты вектора массовых сил,  $A, m$  - константы материала.

Продукты детонации моделируются невязким нетеплопроводным газом. Система уравнений, описывающая движение газа, получается аналогично уравнениям для сжимаемого прочного тела и замыкается уравнением состояния в виде политропы Ландау-Станюковича  $p = A_0 \rho^3$ , где  $A_0$  - константа ВВ.

Одним из самых важных моментов при решении задач разрушения является выбор критерия разрушения. Как показано в работе [10], при аналитическом рассмотрении изменение исходных предположений о характере трещин и механизме разрушения кардинально меняет картину разрушения, особенно для оболочек. На сегодняшний день в механике разрушения принято разделять критерии роста трещины и критерии ее зарождения. При использовании метода раздвоения узлов направление дальнейшего роста трещины, как правило [11], определяется по лучу, наиболее близкому к плоскости нормальной к максимальным напряжениям, а при использовании метода локальной перестройки разностной сетки [12] направление роста совпадает с направлением на разрушенную ячейку.

Практически все критерии зарождения трещины основаны на том, что ячейка считается разрушенной при достижении ее поврежденностью критического значения. Деформационные модели [13] основаны на предположении о том, что поврежденность пропорциональна некоторой функции от пластических деформаций, предельное значение параметра поврежденности при этом определяется из экспериментов на одноосное растяжение-сжатие и результаты экстраполируются на трехосное напряженно-деформированное состояние

(НДС). Как наиболее характерные, здесь можно назвать критерий разрушения (КР) использующие суммирование приращений работы пластических деформаций  $dD = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$  [13] и КР использующие суммирование приращений эквивалентной пластической деформации  $dD = \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$  [14].

Весьма важным для исследования процесса высокоскоростного разрушения и для правильного определения ориентации трещины является вопрос о том, какая трещина реализовалась - отрывная или сдвиговая и если сдвиговая, то как определить ее ориентацию (ведь максимальные касательные напряжения равны на взаимно перпендикулярных площадках). Особенно это важно при зарождении микротрещины, так как при уже существующей трещине вектор дальнейшего ее роста можно взять как направление на разрушенную ячейку в окрестностях вершины трещины.

В реальных материалах процесс разрушения всегда определяется внутренней структурой среды, наличием неоднородностей, как правило, вызванных различной ориентацией зерен в поликристаллическом материале или неоднородностями в составе композиционных материалов, различием в микропрочности внутри зерна и на межзеренной или межфазной границе. Поэтому, для повышения адекватности численно моделируемого процесса экспериментальным данным, необходимо внести возмущения в физико-механические характеристики разрушаемой среды, т.е. случайное распределение факторов, определяющих прочностные свойства материала.

Введение в методику расчета сведений о поликристаллической структуре материала требует большого количества экспериментальных данных и повышенных требований к мощностям вычислительной техники, что ограничивает возможности реализации и применения подобного подхода. В связи с этим, в работе используется упрощенный вариант моделирования вероятностного механизма разрушения. Физико-механические характеристики среды  $\xi_i$ , отвечающие за прочность, считаются распределенными случайным образом по

объему материала. Плотность вероятности распределения данных параметров  $\frac{dp}{d\xi_i} = f_i(\xi_i, \xi_{0i}, D_i, \Omega_j)$

берется в виде различных законов распределения  $f_i$ , в общем случае зависящих от табличного (среднего) значения  $\xi_{0i}$  распределяемого параметра, варьируемой дисперсии  $D_i$  распределения данного параметра, и прочих характеристик среды  $\Omega_j$ . Для безградиентного однофазного материала такие характеристики, как плотность, модуль сдвига, модуль объемного сжатия практически не зависят от числа дефектов и при распределении по объему эти величины можно считать постоянными. В то же время такие параметры, как предел текучести, предел прочности, максимальные деформации и прочие константы, определяющие момент наступления разрушения в различных теориях прочности и критериях разрушения, напрямую зависят от числа и размера дефектов и должны быть распределены по объему случайным образом, с дисперсией, зависящей от однородности материала.

## 2. Метод решения. Расчетная сетка

Существуют ряд способов получения расчетной сетки для методов, использующих конечно-разностный или конечно-элементный подходы к численному моделированию расчетного процесса. В данной работе используется автоматическая триангуляция при заданной границе области [11]. Она является наиболее простым и устойчивым методом разбиения сетки на ячейки (рис. 1).

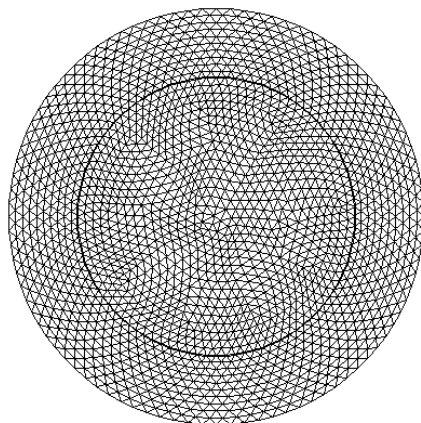


Рис. 1. Используемая схема триангуляции расчетной области.

В данной работе, для расчета упругопластических течений, использовалась методика, реализованная на треугольных ячейках и базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса [9] для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона [15] для расчета контактных взаимодействий. При численном моделировании задач взрывного и ударного нагружения, для определения скоростей и координат узлов, находящихся на границе раздела двух сред используется удобная для задач фрагментации (характерной особенностью которых является наличие большого числа граничных узлов, которые могут вступать в контакт, а могут выходить из контакта) методика, предложенная в [15].

При выполнении в ячейке условия разрушения считается, что в данной ячейке образовалась микротрещина. При грубых расчетах микротрещины можно считать независимыми (то есть не вводить поверхность разрушения) и при выполнении КР считать, что материал не сопротивляется сдвиговым и растягивающим объемным усилиям, но продолжает работать на сжатие. Среди работ, использующих данный подход можно отметить [13, 16]. Однако при более тщательном подходе и для расчета скольжения в сдвиговых трещинах требуется вводить поверхность разрушения (макротрещину) т.е. перестраивать сетку. В настоящее время, в задачах, когда характер разрушения заранее неизвестен, в основном используют два подхода для численного расчета фрагментации. Первый [11] состоит в том, что узел сетки раздваивается при выполнении в его окрестности некоторого КР и трещина распространяется по узлам разностной сетки. Вторым подходом ([17] для случая четырехугольных ячеек, [12] для случая треугольных) заключается в том, что при выполнении в ячейке выбранного КР происходит локальная перестройка разностной сетки. В этом случае параметры, характеризующие состояние среды, пересчитываются для новой ячейки как сумма по входящим в нее старым ячейкам, пропорционально их массовой доле.

Для задач взрывного разрушения оболочек в работах [18] отмечается удовлетворительное совпадение экспериментальных данных с расчетными при использовании деформационных критериев. В связи с этим в данной работе для определения момента разрушения использовался критерий по эквивалентной пластической деформации:

$$\varepsilon^{экр} \geq \varepsilon_u^{\max} \quad \text{где} \quad d\varepsilon^{экр} = \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}, \quad \varepsilon_u^{\max} = \ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right) - \text{максимальная интенсивность}$$

пластических деформаций в опытах на растяжение. Ориентация микротрещины при срабатывании критерия разрушения определяется следующим образом: 1) считается, что в областях, в которых реализуется состояние неравномерного сжатия, разрушение происходит путем сдвига; при этом, вследствие симметричности тензоров напряжений и деформаций, максимальные усилия реализуются на двух взаимно перпендикулярных площадках. Полагается, что эти две ориентации равновероятны и случайным образом выбирается одна из них [19]; 2) считается, что в областях, в которых реализуется состояние неравномерного растяжения, разрушение происходит путем разрыва по площадке с максимальным нормальным напряжением.

### 3. Результаты расчетов

С целью оценки достоверности численного алгоритма и контроля расчета контактных границ решен ряд тестовых задач. Были проведены сравнения значений давлений, найденных аналитически и полученных при численном решении, при распаде разрыва в момент соударения двух медных пластин со скоростью 460 м/с. На рисунке 2 приведен график распределения давления вдоль центрального сечения пластин АВ в момент времени  $t=4$  мкс.

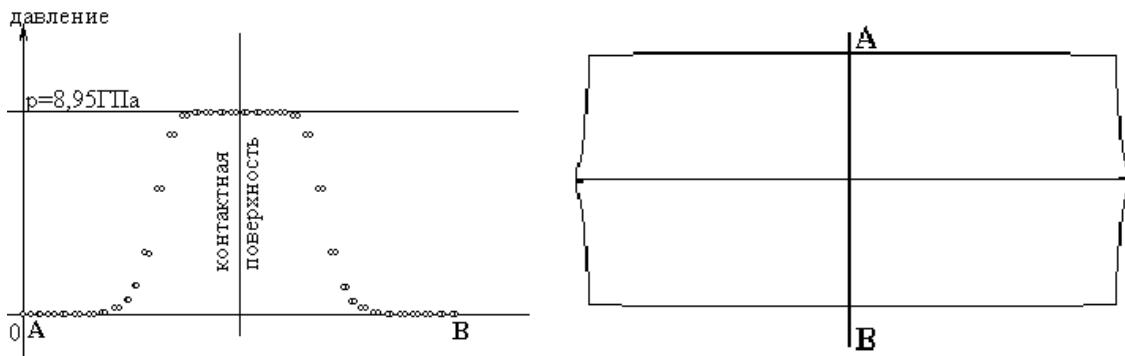


Рис. 2. Распад разрыва (а) при высокоскоростном соударении пластин (б) (сплошная линия - аналитическое, точки - численное решение).

Проводилось сравнение радиусов разрушения, определенных экспериментально в работе [18] и полученных из численных расчетов. Для оболочки, с внутренним радиусом 10 мм и внешним радиусом 13,5 мм, изготовленной из Стали 60 с различными видами термообработки и наполненной ТГ50/50 были получены следующие результаты.

Как видно из таблицы, расхождение экспериментальных и расчетных данных лежит в пределах погрешности эксперимента (15%) и является удовлетворительной для данного класса задач [18].

№ п/п	$\sigma_T$ , МПа	$\psi$	относительный внешний радиус появления трещин на внешней поверхности	
			эксперимент	численный расчет
1	700	0,25	1,26	1,28
2	550	0,40	1,40	1,47

В плоской двумерной постановке был проведен анализ фрагментации толстостенной упруго-пластической цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации ВВ при осевой детонации.

Для того, чтобы численно моделируемый процесс разрушения (образования отрывных и сдвиговых трещин) отражал реальную картину поведения разрушаемых тел, полученную в экспериментах, необходимо внести определенные возмущения в физико-механические характеристики материала оболочки (моделирование начальных дефектных структур), причем представляет определенный интерес случайное распределение начальных отклонений прочностных свойств от номинального значения. При этом процесс разрушения приобретает вероятностный характер, что соответствует теоретическим представлениям и экспериментальным данным. Начальные неоднородности моделировались тем, что прочностные характеристики материала, такие как предел текучести и критическое значение эквивалентной пластической деформации распределялись по ячейкам оболочки с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения. Плотности вероятности случайных величин брались в виде нормального гауссовского распределения со средним арифметическим  $x_0$ , равным табличному значению и варьируемой дисперсией  $\sigma^2$ :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty \leq x \leq \infty).$$

Исходным бралось невозмущенное состояние оболочки и автомодельное распределение параметров за фронтом расходящейся цилиндрической детонационной волны в газе, образующейся при осевом инициировании ВВ.

Для исследования динамики разрушения оболочки и процесса формирования осколочного спектра проведены расчеты для пары медь (оболочка) - гексоген (ВВ). Размеры оболочки: внутренний радиус = 2 см, внешний радиус = 3 см. Характеристики материала оболочки:  $\rho_0 = 8900 \text{ кг/м}^3$ ;  $\mu = 46 \text{ ГПа}$ ;  $\sigma_T = 200 \text{ МПа}$ ;  $p = A((\rho/\rho_0)^{4.8} - 1)$ , где  $A = 30,2 \text{ ГПа}$  и параметры ВВ:  $\rho_{\text{ВВ}} = 1650 \text{ кг/м}^3$ ;  $D = 8310 \text{ м/с}$ ,  $D$  - скорость детонации.

а

б

в

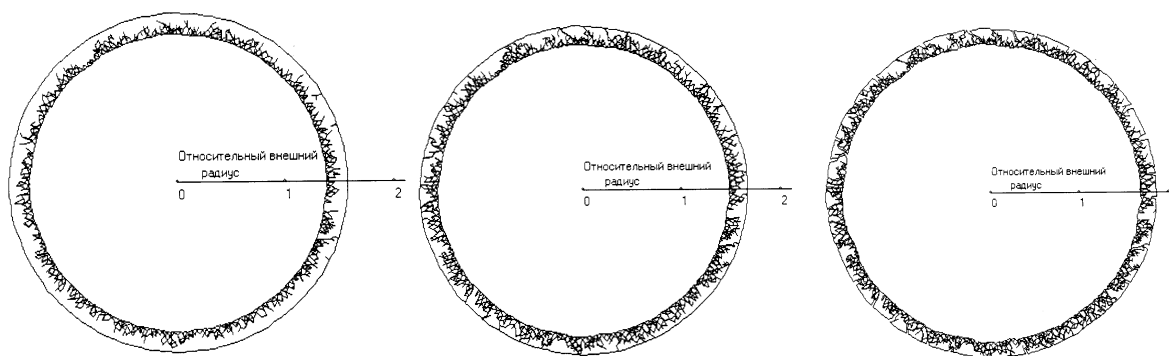


Рис. 3. Расширение и разрушение оболочки (а -  $t = 24$  мкс; б -  $t = 27$  мкс; в = 33 мкс)

Для определения момента образования трещины использовался критерий разрушения по эквивалентной пластической деформации. Критические значения  $\mathcal{E}_{\max}^{\text{экв}}$  распределялись по ячейкам расчетной области по нормальному закону распределения со средним арифметическим  $x_0=0,563$  и дисперсией  $\sigma=0,02$ . На рисунке 3 представлены результаты расчетов, в которых использовалась локальная перестройка разностной сетки. Как видно из представленных рисунков, разрушение начинается с внутренней поверхности путем зарождения многочисленных трещин сдвига (рисунок 3,а), затем зона дробления распространяется вглубь оболочки (рисунок 3,б) и на заключительном этапе происходит разрушение слоя, прилегающего к внешней поверхности, путем образования радиальных трещин отрыва (рисунок 3,в).

## Заключение

Рассмотренная в работе методика расчета и прогнозирования вероятностного разрушения цилиндрических оболочек при взрывном нагружении в плоской двумерной постановке позволяет автоматически разбивать расчетную область произвольной формы на треугольные ячейки, использовать метод локальной перестройки, рассчитывать процесс дробления оболочек и получать осколочные спектры для оболочек с различными физико-механическими характеристиками и геометрическими размерами.

## Список литературы

- [1] Райнхарт Д., Пирсон Д. Поведение материалов при импульсных нагрузках. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
- [2] Ионов В.Н., Селиванов В.В. Динамика разрушения деформируемого тела. М.: Машиностроение, 1987.
- [3] Райнхарт Д., Пирсон Д. Деформация и разрушение толстостенных стальных цилиндров при взрывной нагрузке // Механика. 1953. №3. С.78-89.
- [4] Грязнов Е.Ф., Стаценко Т.Г., Хахалин С.В., Одинцов В.А. О разрушении цилиндрических оболочек на волновой стадии // Механика импульсных процессов: Сб.тр. МВТУ им. Н.Э. Баумана. 1983. №399. С.28-35.
- [5] Одинцов В.А. Гиперэкспоненциальные спектры взрывного разрушения металлических цилиндров // МТТ. 1992. №5. С.48-55.
- [6] Одинцов В.А. Бимодальное распределение фрагментов цилиндра // ФГВ. 1991. №5. С.118-122.
- [7] Одинцов В.А. Двухкомпонентная модель спектра разрушения цилиндров // Механика импульсных процессов: Сб. тр. МВТУ им. Н.Э. Баумана. 1982. №387. С.66-71.
- [8] Физика взрыва/ под ред. К.П.Станюковича, М.: Наука, 1975.
- [9] Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212-263.
- [10] Одинцов В.А., Чудов Л.А. Расширение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации // Проблемы динамики упруго-пластических сред. М.: Мир, 1975. С.85-154. [11] Flis W.J.. Advanced Algorithms for computer simulation of hypervelocity impact. // Int. J. Impact Engng. 1987. v.5. P. 269-275.
- [12] Герасимов А.В., Пашков С.В. Проблемы моделирования фрагментации твердых тел при высокоскоростном нагружении // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд. ТГУ. 1999. Вып.3. С.92-93.
- [13] Майнчен Дж., Сак С., Метод расчета "Тензор" // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С.185-211.

- [14] Крейнхаген К.Н., Вагнер М.Х., Пьечочки Дж.Дж., Борк Р.Л. Нахождение баллистического предела при соударении с многослойными мишенями // Ракетная техника и космонавтика. 1970. Т.8, №12. С.42-47.
- [15] Johnson J.R. Dynamic response of axisymmetric solids, subjected to impact and spin // AIAA J. 1979. V.17, №9. P.975-979.
- [16] Курран Д.Р. Динамическое разрушение.// Динамика удара. М.: Мир,1985. С.257-293.
- [17] Гулидов А.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Алгоритм перестройки разностной сетки при численном решении задач соударения с образованием трещин // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 7-ой Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1982. С.182-193.
- [18] Селиванов В.В. Предельные деформации динамического разрушения цилиндрических оболочек // ПМТФ. 1982. №4. С.122-127.
- [19] Кузнецов Л.К., Перевезенцев В.Н., Покровский М.А., Черняк Г.Б., Структурная разметка разрушения. Приложение к задаче о фрагментации кольца при взрывном нагружении // ФГВ. 1989. №6. С.97-104.