

НИЗКОРЕЙНОЛЬДСОВАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА

С.Н. ХАРЛАМОВ

Томский государственный университет, Россия

e-mail: kharsn@ctc.tsu.ru

In the paper the turbulence model including the transport equations for Reynolds stresses, scalar fluxes, kinetic energy k and turbulence scale L (RST-kL-fluxes model) and the two-parametric heat model with equations for the temperature variance and its dissipation rate is presented. Model closure is accomplished with allowance of near-wall effect. It is shown that the RST-kL-fluxes model is successful at calculations of straight and swirled internal flows. Comparisons of calculation results and experimental data for "fine" characteristics of flow are presented.

Уравнения для напряжений Рейнольдса

Уравнения переноса турбулентных напряжений в стационарном несжимаемом потоке имеют вид [1]:

$$U_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{v \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k}} \right) - \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + D_{ij} + R_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (i, j = \overline{1,3}), \quad (1)$$

где D_{ij} , R_{ij} , ε_{ij} – соответственно турбулентная диффузия, перераспределение и диссипация, черта над произведениями пульсаций скорости означает осреднение по Рейнольдсу.

По принципиальным вопросам моделирования членов высших порядков (диффузии, перераспределения, диссипации) мы не имеем расхождений с подходом [2], более того, практически той же остается система коэффициентов "ПРН-модели". Однако, в представлении диффузионного члена мы ввели демпфирование по [3]. Несмотря на сделанное замечание общего характера, ниже будет показана структура моделируемых членов.

Турбулентная диффузия моделируется с использованием представления К.Ханжалика [4], модифицированного на пристеночную область путем использования демпфирующей функции $f_\mu(\text{Re}_t)$, взятой по $k\varepsilon$ -модели Б.Е. Лаундера – Б.И. Шарма [5]:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[c_s f_\mu(\text{Re}_t) \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u'_i u'_m} \frac{\partial \overline{u'_j u'_k}}{\partial x_m} + \overline{u'_j u'_m} \frac{\partial \overline{u'_k u'_i}}{\partial x_m} + \overline{u'_k u'_m} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_m} \right) \right], \quad (2)$$

$$\text{где } c_s = 0,15; f_\mu(\text{Re}_t) = \exp[-3,4/(1+\text{Re}'_t/50)^2], \text{Re}'_t = k^2/(\nu\varepsilon). \quad (3)$$

Для перераспределяющего члена Я.Г. Лай, Р.М.К. Со [2] принимают:

$$R_{ij} = \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) = R_{ij,1} + R_{ij,2} + R_{ij,w}, \quad (4)$$

где согласно подходу Дж. К. Ротты [6] использовано

$$R_{ij,1} = -\alpha_0^* \varepsilon a_{ij}, \quad a_{ij} \equiv \left(\frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right), \quad \alpha_0^* = 1,17; \quad (5)$$

и сообразно данным Б.Е. Лаундера [4, 7] принято:

$$R_{ij,2} = \alpha \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + \beta \left(Q_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + \gamma k S_{ij}; \quad (6)$$

$$\alpha = -\frac{(c_{R2} + 8)}{11}, \quad \beta = -\frac{(8c_{R2} - 2)}{11}, \quad \gamma = -\frac{2(30c_{R2} - 2)}{55}, \quad c_{R2} = 0,3;$$

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k};$$

$$P \equiv \frac{1}{2} P_{kk}, \quad Q_{ij} = -\left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right).$$

Эффекты “пристеночного эха” вводятся на базе структурного соотношения [2, 7]:

$$R_{ij,w} = f_w [\alpha_0^* \varepsilon a_{ij} + \alpha^* (P_{ij} - (2/3)\delta_{ij}P) - \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u'_i u'_j n_k n_j} + \overline{u'_j u'_k n_k n_i})], \alpha^* = 0,45; \quad (7)$$

$$f_w(\text{Re}_t) = 1 - \exp(-\sigma_2 \text{Re}_t^2) + \sigma_3 \text{Re}_t^{1.5} \exp(-\sigma_1 \text{Re}_t^2), \text{Re}_t = k^{0.5} L / \nu, \quad (8)$$

$$\sigma_1 = 4 \cdot 10^{-4}, \sigma_2 = 2,1 \cdot 10^{-4}, \sigma_3 = 2 \cdot 10^{-2}.$$

Согласно работе [2] в качестве модели диссипативного члена можно принять:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon (1 - f_{w,1}) \delta_{ij} + f_{w,1} \frac{\varepsilon}{k} [\overline{u'_i u'_j} + \overline{u'_i u'_k n_k n_j} + \overline{u'_j u'_k n_k n_i} + \overline{n_i n_j u'_k u'_l n_k n_l}] / [1 + 3 \overline{u'_k u'_l n_k n_l} / 2k], \quad f_{w,1} = \exp[-(\text{Re}'_t / 150)^2]. \quad (9)$$

Соотношения (9) сконструированы таким образом, что их использование не накладывает ограничений на величину изотропной составляющей диссипации ε и в принципе для нее может быть использована любая модель. Во всех известных работах в качестве таковой модели используется уравнение переноса для ε . Если иметь в виду низкорейнольдсовое замыкание, то решение уравнения для ε связано с известными трудностями, выражающимися в неустойчивости вычислительного процесса. Последнее определяется прежде всего тем, что пристеночный экстремум в распределении ε находится слишком близко у поверхности: $y^+_{\max} \sim 5$ (в автомодельных внутренних течениях). Такая трудность отсутствует в моделях высокорейнольдсного замыкания. Поскольку в этом случае зона, содержащая экстремум находится вне расчетной области. Известно также, что масштаб турбулентности при приближении к стенке изменяется монотонно. Поэтому, алгоритм расчета пристенных течений, опирающийся на использование уравнений для масштаба турбулентности, отличается вычислительной стабильностью. В дальнейшем мы будем использовать такое уравнение в качестве опорного в модели переноса рейнольдсовых напряжений.

Исходя из физических соображений диссипация изотропной части турбулентности должна быть функцией лишь скалярных характеристик поля пульсационных величин, а также вязкости:

$$\varepsilon = \varepsilon(\nu, k, L, l_D, \dots), \quad (10)$$

где ν - кинематическая вязкость, k - кинетическая энергия турбулентности, L - интегральный масштаб турбулентности, l_D - диссипативный масштаб.

Постараемся определить вид функции (10) опираясь на опыт моделирования турбулентности во внутренних течениях. В дальнейшем окажется полезным понятие единичной функции, которое введем следующим образом. Если в пространстве непрерывных функций норму функции определить как ее максимум, то можно задать класс так называемых единичных функций. Единичной функцией назовем монотонную знакоопределенную функцию, имеющую норму равную единице в указанном выше смысле.

Обобщая опыт расчетов пристенных течений, для диссипации кинетической энергии турбулентности мы должны записать следующее выражение:

$$\frac{\varepsilon}{k} = c_{\varepsilon 1} f_{1\varepsilon}(\text{Re}_t) \frac{\nu}{L^2} + c_{\varepsilon 2} f_{2\varepsilon}(\text{Re}_t) \frac{\sqrt{k}}{L}, \quad (11)$$

где $c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}$ - константы; $f_{1\varepsilon}, f_{2\varepsilon}$ - некоторые единичные функции:

$$f_{1\varepsilon}(\text{Re}_t), f_{2\varepsilon}(\text{Re}_t) \in [0,1]; \quad \text{Re}_t \in [0, \infty).$$

Соотношение (11) можно рассматривать как “уравнение состояния” двух масштабов времени для изотропной части турбулентности.

Если в качестве $f_{1\varepsilon}$ взять тождественную единицу, а в качестве $f_{2\varepsilon}$ - функцию В.И.Квона [8]:

$$f_{1\varepsilon}(\text{Re}_t) = 1, \quad f_{2\varepsilon}(\text{Re}_t) \equiv f_w(\text{Re}_t) = 1 - \exp(-\sigma_2 \text{Re}_t^2) + \sigma_3 \text{Re}_t^{0,5} \exp(-\sigma_1 \text{Re}_t^2) \quad (12)$$

и принять $c_{\varepsilon 1} = 3,93$; $c_{\varepsilon 2} = 0,31$, то связь (11) будет описывать достаточно широкий класс внутренних пристенных течений. В дальнейшем будем пользоваться соотношениями (11), (12), а для L будет получено уравнение переноса.

Уравнение для масштаба турбулентности

Пространственное распределение линейного интегрального масштаба турбулентности L будем находить из следующего уравнения:

$$U_j \frac{\partial L}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial L}{\partial x_j}) + D_L + P_L - \varepsilon_L. \quad (13)$$

При построении модельной связи для слагаемого турбулентной диффузии D_L (в этом уравнении) используется модификация градиентной формы Б.Дж. Дейли, Ф.Х. Харлоу [9] на учет влияния стенки посредством введения демпфирующей функции $f_\mu(\text{Re}'_i)$ и нового значения постоянной c_{sL} :

$$D_L = \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{sL} f_\mu \overline{u'_i u'_j} \frac{L}{\sqrt{k}} \frac{\partial L}{\partial x_i}); \quad c_{sL} = 1,1; \quad (14)$$

При записи члена порождения P_L разделены вклады нормальных и касательных напряжений Рейнольдса:

$$P_L = c'_{1L} \frac{L}{k} P_n - c''_{1L} \frac{L}{k} P_\tau, \quad (15)$$

где $P_\tau = -\sum_{i \neq j} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$; $P_n = P_k - P_\tau$, $P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ – порождение кинетической энергии

турбулентности, $c'_{L1} = 20$; $c''_{L1} = 0,7$.

Структура диссипативного члена ε_L аналогична виду, предложенному А.Н. Секундовым [10], однако здесь мы вводим поправку на учет влияния кривизны линий тока:

$$\varepsilon_L = -c_L f c_{2L}^* k^{0,5} \left(1 - \frac{L^2}{x_n^2} \right). \quad (16)$$

где $c_L = c_{3L} + c_{4L}/\text{Re}_i$; $c_{3L} = 0,3$; $c_{4L} = 1,75$; $c_{2L}^* = \max(0,3; c_{2L} f_s)$; $c_{2L} = 0,29$; $f_s = (1 + a_1 \cdot \text{Ri}) \cdot [1 - a_2 \exp(-\text{Re}_i^2/2)]$;
 $a_1 = 0,74$; $a_2 = 0,2$; $\text{Ri} = \frac{(W/r) \partial W / \partial r}{[(\partial U / \partial r)^2 + (\partial W / \partial r)^2]}$.

Приведенные выше значения констант a_1 , a_2 найдены как результат оптимального соответствия данных вычислений измерениям Д.Р. Веске [11] развивающегося закрученного течения в трубе.

На практике вместо непосредственного использования шести уравнений (1) удобнее работать с тремя уравнениями для касательных напряжений, уравнением для автокорреляции пульсации аксиальной скорости $\overline{u'^2}$, а также уравнением переноса величины $z = \overline{v'^2} - \overline{w'^2}$ и уравнением для $k = (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2$, находя после их интегрирования $\overline{v'^2} = k + z/2 - \overline{u'^2}$ и $\overline{w'^2} = \overline{v'^2} - z$.

Уравнения для турбулентных потоков

В вопросах моделирования турбулентного переноса консервативной скалярной субстанции мы исходили из работ Р.М.К. Со [2], Б.Е. Лаундера [12], У.К. Рейнольдса [13], впервые предложивших низкорейнольдсовые версии таких моделей. Согласно данным этих работ турбулентный поток скалярной величины θ можно определить из следующих уравнений:

$$U_k \frac{\partial \overline{u'_i \theta}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} [(v + D) \frac{\partial \overline{u'_i \theta}}{\partial x_k}] - \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \overline{u'_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + D_{i\theta} + R_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}, \quad (17)$$

где $i=1, 2, 3$ (по повторяющимся индексам проводится суммирование); D – коэффициент молекулярной диффузии θ -субстанции; $D_{i\theta}$, $R_{i\theta}$, $\varepsilon_{i\theta}$ подлежат моделированию.

Градиентная модель диффузионного члена $D_{i\theta}$ имеет следующий вид:

$$D_{i\theta} = \frac{\partial}{\partial x_k} [c_{s\theta} f_{\mu\theta} \frac{k}{\varepsilon} (\overline{u'_i u'_l} \frac{\partial \overline{u'_k \theta}}{\partial x_l} + \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i \theta}}{\partial x_l})], \quad (18)$$

где $c_{s\theta} = 0,15$; $f_{\mu\theta} = f(\text{Pr}) f_\mu (2\sigma)^{0,5}$; $f(\text{Pr}) = 0,5(1 + \frac{0,87}{(\text{Pr})^{0,5}})$. (19)

Корреляция $R_{i\theta} = p' \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$ моделируется согласно подходу Р.М.К. Со [2] с выделением пристеночного

влияния по следующей схеме:

$$R_{i\theta} = \Phi_i + f_s \Phi_{i,w}; \quad \Phi_i = \Phi_{i,1} + \Phi_{i,2} + \Phi_{i,3w}, \quad (20)$$

$$\text{где } \Phi_{i,1} = -c_{1\Theta} \frac{\varepsilon \overline{u'_i \Theta}}{k}; \Phi_{i,2} = c_{2\Theta} \overline{u'_k \Theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}; \Phi_{i,3w} = -c_{1\Theta w} \frac{\varepsilon \overline{u'_k \Theta} n_k n_i}{k} f\left(\frac{L}{x_n}\right); \quad (21)$$

$$\Phi_{i,w} = c_{1\Theta} \frac{\varepsilon \overline{u'_i \Theta}}{k} - \frac{\varepsilon \overline{u'_k \Theta} n_k n_i}{k}. \quad (22)$$

В последующих соотношениях константы и демпфирующие функции есть:

$$c_{1\Theta} = 3c_{\mu}; \quad c_{\mu} = 0,09; \quad c_{2\Theta} = 0,4; \quad c_{1\Theta w} = 0,75; \quad f_s = \exp\left[-\left(\frac{\text{Re}'_t}{80}\right)^2\right];$$

$$f\left(\frac{L}{x_n}\right) = \frac{L}{c_D x_n}; \quad c_D = 0,24. \quad (23)$$

Диссипативный член $\varepsilon_{i\Theta} = (v + D) \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}$ определяется аналогично [2] с модифицированной по (19)

функцией $f(\text{Pr})$ в виде:

$$\varepsilon_{i\Theta} = c_{\varepsilon\Theta} f_s f(\text{Pr}) \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u'_i \Theta} + \overline{u'_k \Theta} n_k n_i); \quad c_{\varepsilon\Theta} = 1,0. \quad (24)$$

Под Θ здесь понимается либо T - температура в не реагирующем потоке, либо h – энтальпия в химически активной смеси, а также консервативный параметр ξ (коэффициент смеси), n_i – проекции на оси используемой системы координат единичного вектора нормали к обтекаемой поверхности.

Параметр σ , входящий в (19), определяется соотношением:

$$\sigma = \sqrt{[\overline{\Theta^2} / (2\varepsilon_{\Theta})] / (k / \varepsilon)}. \quad (25)$$

При этом $\overline{\Theta^2}$ и ε_{Θ} находятся как результат решения следующих транспортных уравнений [14]:

$$U_k \frac{\partial \overline{\Theta^2}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} (D \frac{\partial \overline{\Theta^2}}{\partial x_k}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (c'_{s\Theta} f_{\mu\Theta} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \overline{\Theta^2}}{\partial x_k}) - 2 \overline{u'_k \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - 2\varepsilon_{\Theta}; \quad (26)$$

$$U_k \frac{\partial \varepsilon_{\Theta}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} (D \frac{\partial \varepsilon_{\Theta}}{\partial x_k}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (c'_{s\varepsilon\Theta} f_{\mu\Theta} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \varepsilon_{\Theta}}{\partial x_k}) - c_{\varepsilon t1} \frac{\varepsilon_{\Theta}}{\Theta^2} \overline{u'_k \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - c_{\varepsilon t2} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_k \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - c_{\varepsilon \Theta \Theta} \frac{\varepsilon_{\Theta}}{k} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - c_{\varepsilon \Theta 4} \frac{[\varepsilon_{\Theta} - D (\frac{\partial (\overline{\Theta^2})^{0,5}}{\partial x_n})^2] \varepsilon_{\Theta}}{\Theta^2} - c_{\varepsilon \Theta 5} \frac{[\varepsilon - 2v (\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n})^2] \varepsilon_{\Theta}}{k}, \quad (27)$$

где $c_{\varepsilon t1} = 0,63$; $c_{\varepsilon t2} = 0$; $c_{\varepsilon t3} = 0,3$; $c_{\varepsilon t4} = 1,92$; $c_{\varepsilon t5} = 0,6$; $c'_{s\Theta} = c'_{s\varepsilon\Theta} = 0,46$; $f_{\mu\Theta} = f_{\mu} (2\Theta)^{0,5}$.

Уравнения осредненного движения

Рассмотрим турбулентное закрученное течение несжимаемой жидкости в осесимметричном канале постоянного и переменного сечений. Уравнения осредненного движения в этом случае будут иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} (rU) + \frac{\partial}{\partial r} (rV) = 0; \quad (28)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial U}{\partial r}) \right] - \left[\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'v'}) \right]; \quad (29)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{W^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{V}{r^2} \right] - \left[\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'^2}) - \frac{\overline{w'^2}}{r} \right]; \quad (30)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{VW}{r} = \nu \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right) - \frac{W}{r^2} \right] - \left[\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'w'}) + \frac{\overline{v'w'}}{r} \right], \quad (31)$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V \frac{\partial \Theta}{\partial r} = D \left[\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) \right] - \left[\frac{\partial \overline{u'\Theta}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'\Theta}) \right]; \quad (32)$$

где x, r – координаты в осевом и радиальном направлениях; U, V, W и u', v', w' – осредненные и пульсационные компоненты в x, r, φ направлениях соответственно.

Уравнения (28) – (32) интегрируются совместно с уравнениями, представляющими описанную выше модель турбулентности, с использованием численной процедуры [15] при следующих граничных условиях.

Граничные условия. На входе ($x=0$): однородные профили осреднённых и пульсационных величин. На стенке ($r=R$): условия отсутствия движения для гидродинамических параметров - $U = \overline{u'_i u'_j} = 0$; $k=L=0$ и стабилизации для пассивной скалярной субстанции: $\Theta = \Theta_w = const$;

$$\overline{\Theta^2} = 0; \quad \varepsilon_\theta = a \left(\frac{\partial \sqrt{\overline{\Theta^2}}}{\partial r} \right)^2; \quad \overline{u'_i \Theta} = 0.$$

На центральной линии ($r=0$) условия симметрии, выражающиеся в равенстве нулю поперечных производных от $U, k, L, \overline{u'^2}$ и равенстве нулю самих функций $V, W, \overline{u'_i v'_j}, \overline{v'_i w'_j}, \overline{u'_i w'_j}, \overline{v'_i \Theta}, z = \overline{v'^2} - \overline{w'^2}$.

Результаты расчетов и их обсуждение

Некоторые результаты расчетов, полученных с использованием представленной здесь модели, приведены на нижеследующих рисунках. Так на рис.1-3 показаны распределения нормальных компонент тензора

рейнольдсовых напряжений ($\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2}$) по поперечной координате y/R в различных сечениях по длине

трубы при $Ro=3$ в сравнении с данными [11]. Значки – эксперимент ($Re=30000$), сплошная линия – расчет.

Стоит заметить, что данный режим отвечает течению с выраженной тенденцией к формированию зоны обратных токов. Так, при $x/D=0,35$ у оси течения наблюдается близкое к опытному расчетное значение

$U_s/U_0 = 0,25$. Анализ осредненных полей скорости показывает, что при $Ro>3$ основное влияние на

формирование динамической структуры оказывает радиальный градиент давления. Из рис.1-3 видно, что по мере продвижения потока по длине канала вместе с уменьшением степени закрученности потока снижаются

значения автокорреляций $\overline{u'^2} / u_*^2, \overline{v'^2} / u_*^2, \overline{w'^2} / u_*^2$, где $u_* = (\tau_\Sigma / \rho)^{0,5}$. Причем, как и в случае умеренной

закрутки, влияние вращения существеннее для корреляций $\overline{u'^2}, \overline{v'^2}$ (рис.1, 2). Автокорреляция $\overline{v'^2}$ в области

$0,35 < x/D < 5,1$ падает почти в 2 раза. Уже при $x/D \approx 50$ проявляются черты развитого проточного течения

(линия 4). При этом касательное напряжение стремится к распределению, характерному для полностью

развитого турбулентного течения, которое окончательно устанавливается в сечениях $x/D=100 \div 150$, где профиль

$\overline{u'_i v'_j}$ становится линейным за исключением буферной зоны и ламинарного подслоя. Во всей области течения

имеется удовлетворительное согласие по статистическим характеристикам турбулентности с

экспериментальными данными. Однако в зоне $0,3 < x/D < 5$, наблюдается расхождение пристеночного значения

$\overline{u'_i w'_j}$ (примерно на 100%), которое затем нивелируется. По-видимому это связано с влиянием реального

способа закрутки, неучтенного в математической модели.

На рис. 4 показаны результаты сравнений расчётных значений осевой скорости от безразмерной поперечной координаты $\frac{r}{h}$ для различных выделенных сечений по длине канала. Сплошные линии – расчёт, значки –

результаты опытов Р.Смита [16]. Течение отвечает следующим условиям: $Re_d=30210$; $U_0=0,67 \text{ м/с}$; $D=0,015 \text{ м}$;

$d=0,667 \cdot D$; $H=\frac{D-d}{2}=0,0025 \text{ м}$ – высота уступа. Видно, что профили скорости в канале с расширением

обладают симметрией относительно оси Ox . Высокоскоростное на входе течение в области стенок меняет

направление скорости на противоположное, причём по изменению формы профилей средней скорости по мере смещения потока вниз по течению можно оценить развитие противотока в пристеночной области (см. кривые 1-4). Протяжённость зоны обратных токов ограничена величиной $\frac{x_R}{H} \approx 9,0$. В этой области (в зоне циркуляции) максимальная скорость возврата (линия 2) составляет величину $0,083U_0$ и находится в точке, определяемой координатами $\frac{r}{h} \approx 0,96$ и $\frac{x}{H} \approx 4,8$. Как показывают вычисления, наблюдается вполне удовлетворительное описание вихревой зоны теорией, опирающейся на использование ПРН-модели.

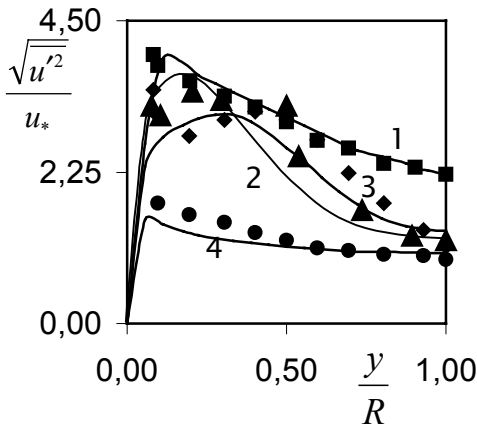


Рис.1

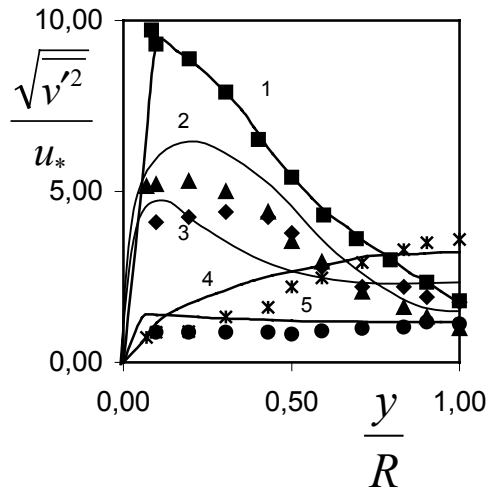


Рис. 2

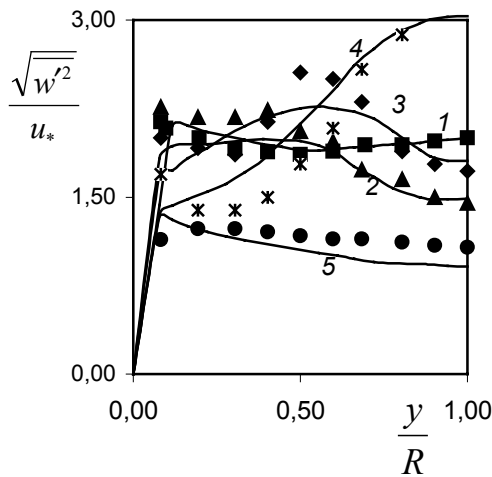


Рис. 3

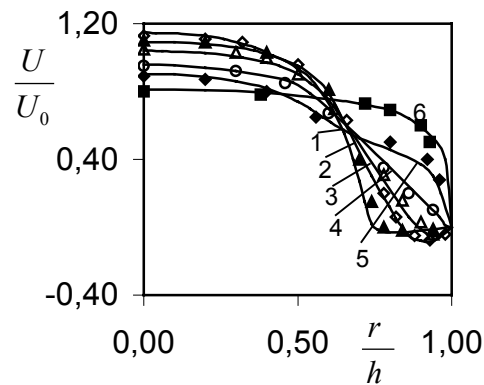


Рис.4

Рис.1-3. Интенсивность пульсаций нормальных компонент скорости при $Ro=3$ во входном участке. Здесь линия – расчет, значки – данные[11]: 1 (■)– $x/D=0,35$; 2 (▲)– 5,1; 3 (◆)– 10; 4 (*)– 50; 5 (•)– 100.

Рис. 4. Распределение относительной осевой скорости U/U_0 в зависимости от безразмерной поперечной координаты r/h в различных сечениях по длине канала. Сплошные линии – расчет, значки – данные эксперимента Р. Смита [16] [линия 1 – $x/H=2,4$ (▲), 2 – 4,8 (◇), 3 – 7,2 (Δ), 4 – 12,0 (○), 5 – 24,0 (◆), 6 – 72,0 (■)].

Продвижение вниз по потоку ведёт к снижению значений скорости на оси и активной деформации профилей скорости в пристеночной зоне. Расчётами установлено, что в области $\frac{x}{H} > 72 \div 76$ формируются условия, характерные для течения в канале постоянного сечения за участком гидродинамической стабилизации (здесь чувствительность потока к условиям в сечении скачка поперечного сечения пренебрежимо мала).

В целом проведенные расчеты закрученных (прямоточных) потоков показывают, что вращение среды существенно повышает турбулентное перемешивание в ядре потока, причем активный рост гидродинамических пульсаций наблюдается в сечениях близких ко входу в вязком подслое и буферной зоне, и затем, по мере движения потока, зона интенсификации пульсационного движения перемещается в приосевую часть канала. По мере затухания крутки происходит ликвидация зон с обратным током, устанавливается приток массы жидкости в ядро от стенки, обусловленный нарастанием пограничного слоя.

Изменения в турбулентной структуре, а также размеры зон возвратных токов хорошо предсказываются ПРН- kL -моделью. Проведенные сравнения данных по прямоточным и закрученным течениям в каналах говорят о надежности и экономичности численного метода, а также об эффективности ПРН- kL - модели в анализе сложных сдвиговых течений.

В заключение данного изложения отметим, что представленная выше модель турбулентности “ПРН-потоки” с kL -базой и расширением на учет фактора разномасштабности σ является успешной в анализе турбулентного течения и теплопереноса в реагирующих системах, в частности, применительно к камерам по сжиганию газовых смесей. Для условий горения закрученной струи в камере все рассмотренные выше модельные уравнения и замыкающие формы обобщаются на случай движения сжимаемой среды формальным введением осреднения по Фавру, а также переменной плотности. Далее с использованием транспортных уравнений для

консервативного параметра ξ (коэффициента смеси) и турбулентных потоков $\frac{\tilde{u} \tilde{v} \tilde{w}}{i}$ рассчитывается поле $\xi = \xi(x, r)$, после чего находятся концентрации всех используемых в модели кинетики реагирования компонент [17].

Список литературы

- [1] Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб., Л.: Энергоатомиздат, 1987. 223 с.
- [2] Lai Y.G., So R.M.C. Near-wall modelling of turbulent heat fluxes // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1990. Vol. 33, №7. P. 1429–1440.
- [3] Prud'homme M., Elghobashi S. Turbulent heat transfer near the reattachment of flow stream of a sudden pipe expansion // Numerical Heat Transfer. 1986. Vol.10. P. 349-368.
- [4] Hanjalic K., Launder B.E. Contribution Towards a Reynolds-stress Closure for Low-Reynolds-Number Turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1976. Vol. 74. Pt. 4. P. 593–610.
- [5] Launder B.E., Sharma B.I. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc // Letters Heat Mass Transfer. 1974. Vol. 1. P. 131-138.
- [6] Rotta J.C. Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz // Zeitschrift fur Physik. 1951. Vol. 129. №5. P. 547-572; Vol. 131. №1. P. 51-77.
- [7] Launder B.E., Reece G.J., Rodi W. Progress in the Development of Reynolds-Stress Turbulence Model // Journal of Fluid Mechanics. 1975. Vol. 68. P. 537-566.
- [8] Васильев О.Ф., Квон В.И. Неустойчившееся турбулентное течение в трубе. Прикладная механика и техническая физика. 1971. №6. С. 132-140.
- [9] Daly B.J., Harlow F.H. Transport equations in turbulence // The Physics of Fluids. 1973. Vol. 16. №1. P. 157-158.
- [10] Абрамович Г.Н., Крашенинников С.В., Секундов А.Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности. М.: Машиностроение, 1975. 95с.
- [11] Веске Д.Р., Стуров Г.Е. Экспериментальное исследование турбулентного закрученного течения в цилиндрической трубе // Известия СО АН СССР. Серия технических наук. 1972. №13. Вып.3. С.3-10.
- [12] Launder B.E. On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flows // Journal of Heat Transfer. 1988. Vol.110. P. 1112-1128.
- [13] Launder B.E., Reynolds W.C. Asymptotic Near-Wall Stress Dissipation Rates in a Turbulent Flow // The Physics of Fluids. 1983. Vol. 26. P. 1157-1158.
- [14] Sommer T.P., So R.M.C., Lai Y.G. A near-wall two-equation model for turbulent heat fluxes // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1992. Vol. 35. P. 3375–3387.
- [15] Бубенчиков А.М., Комаровский Л.В., Харламов С.Н. Математические модели течения и теплообмена во внутренних задачах динамики вязкого газа. Томск: Изд-во ТГУ, 1993. 178 с.

- [16] Smyth R. Turbulent Flow over a Plane Symmetric Sudden Expansion // *Journal of Fluids Engineering*. 1979. Vol. 101. №3. P. 349 - 355.
- [17] Харламов С.Н. Теплообмен при турбулентном течении реагирующей смеси в вихревой камере сгорания // *Вычислительная гидродинамика*. 1999. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 55-61.