

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ СЛОЖНОЙ КОМПОНОВКИ

Т. БУРИЕВ

Узбекистан Институт кибернетики АН РУ, Ташкент

e-mail: tburiev@vega.tashkent.su

В проектных организациях промышленности и строительства основное внимание уделяется вопросам вычерчивания разнообразных графиков и оформления проектной документации с использованием готовых данных типовых конструкций или решений конкретных классов задач, построенных на основе упрощенных расчетных схем. До настоящего времени в используемых на практике математических моделях работы несущих элементов конструкций сооружений предполагалось, что стены конструкций работают только на сдвиг, а перекрытия – только на изгиб, причем стены несут нагрузки, образованные от веса перекрытия и технологического оборудования, а края перекрытий считаются свободно опертыми. Далее на стыках, где соединяются перекрытия со стенами, часто пренебрегают их взаимным влиянием [1–3].

Исследования, в которых плоские фермы и рамы небольших размеров оптимизированы в линейноупругой постановке, посвящены использованию метода случайного поиска и его модификаций [4–6], которые требуют $10^2 \div 10^3$ проб прямого расчета. Именно из-за этого в проектных организациях бывших Госкомгражданстроя, Минмонтажспецстроя, Госстроя, Минэнерго СССР приходилось один несущий элемент принимать за один конечный элемент при создании программных средств на основе перечисленных расчетных схем. В процессе проектирования пространственных конструкций с $10^2 \div 10^4$ несущими элементами (каждый элемент имеет $10^2 \div 10^3$ степеней свободы) решение оптимизационных задач по критерию равнопрочности перечисленными методами невозможно даже с применением супер-ЭВМ. Оптимизация по критерию равнопрочности рассмотрена только для статически определимых стержней и балок. Поэтому проблема оптимизации несущих элементов пространственных конструкций сложной компоновки остается открытой.

Наш опыт показывает [7–12], что прежде чем оптимизировать несущие элементы пространственных конструкций, необходимо сначала рассмотреть всю конструкцию как неоднородное единое тело с монолитными стыками с учетом податливости стыков и реальных свойств материалов несущих элементов, а затем проводить оптимизацию. Если за счет податливости опоры значение кривизны упруго защемленной балки уменьшается на 1/3, то при одинаковых размерах свободно опертая балка в пределах упругости поднимает в 2,25 раза меньшую нагрузку, чем упруго защемленная, а при жестком защемлении – в 1,5 раза, причем на середине пролета кривизна жестко защемленной балки в 3 раза меньше кривизны свободно опертой балки. Кроме того, учет податливости монолитных стыков и оптимизация жесткостных характеристик панелей (стен, перекрытий) по критерию равнопрочности с соблюдением условия устойчивости снимают пик в эпюрах напряжений (усилий, моментов) и деформаций в области стыков. При воздействии динамических (кратковременные, ударные, монтажные эксплуатационные и др.) и сейсмических нагрузок использование предлагаемых моделей позволяет не только экономить материалы, но и снизить величину инерционных сил и уменьшить их влияние на перераспределение напряженно-деформированного состояния, так как с увеличением толщины стенок пространственных тонкостенных тел увеличивается величина инерционных сил пропорционально квадрату отношения частот собственных колебаний (в выражениях безразмерных частот

собственных колебаний изгибаемых несущих элементов присутствует множитель $2\sqrt{3(1-\mu^2)}a/h$, а в

частотах растягиваемых – $(\gamma a^2)/(gE\tau_0^2)$, где a и h – длина и толщина несущего элемента; E , μ и γ –

модуль Юнга, коэффициент Пуассона и удельный вес материала; g – ускорение силы тяжести, τ_0 – приведенное размерное время. Далее, частоты и формы собственных колебаний, а также напряженно-деформированное состояние безбалочных покрытий и неразрезных перекрытий принципиально отличаются от таких же величин однопролетных конструкций, по которым разработаны рекомендации СНиП и другие нормативные документы. Следовательно, количество учитываемых низших частот и форм собственных колебаний необходимо увеличить в 4–7 раз по сравнению с рекомендациями СНиП [8–12]. С другой стороны, для того, чтобы устранить возникновение пластических деформаций в областях стыковки стен с перекрытиями, или стен со стенами на середине пролета каждой панели, или в местах стыковых соединений панелей с постоянной жесткостью,

проектанты вынуждены увеличить толщину каждой из панелей, потому что отсутствуют методика, программные средства расчета и технические решения, которые позволяют изготовить панели равнопрочными.

В отличие от известных из литературы расчетных схем, здесь предполагаются монолитность стыков, деформируемость стыковых соединений и одновременная работа стен и перекрытий – панелей на изгиб и сдвиг, панели имеют трехкомпонентный вектор перемещений, на стыках выполняются условия сопряжения и для перемещений, и для усилий, и для моментов [13, 14], нормальная к поверхности несущих элементов реакция силы взаимодействия принимается по гипотезе Винклера [15], а касательные – по гипотезе Власова [16], т.е. конструкция сооружений рассматривается как неоднородное единое тело с реальными физико-механическими характеристиками. За единицу объекта в многоэтажном многопролетном (по ширине и длине) сооружении (Рис. 1) берем помещение, состоящее из шести панелей (четырёх стен и двух перекрытий: пол, потолок – Рис. 2). Каждая панель имеет местные координатные оси Ox , Oy и соответственно длину a и ширину b (Рис. 3). Если отношение длины всех панелей пространственной конструкции на соответствующие их толщины $\beta \geq 6$ ($\beta = a/h$), то пространственную конструкцию многоэтажных многопролетных сооружений можно рассчитать по двумерной теории [13, 14, 17].

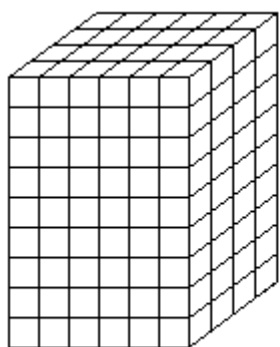


Рис. 1

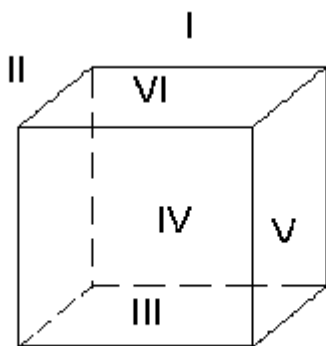


Рис. 2.

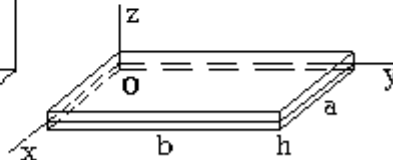


Рис. 3

В условиях сопряжения и совместности деформаций каждой панели участвуют коэффициенты податливости окружающих ее 12 панелей. Панель I (Рис. 2) стыкуется с панелями II, III, V, VI, т.е. с каждым из контуров $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$ стыкуются по три панели: две из них перпендикулярны к данному контуру, одна находится в плоскости текущей панели. Самое главное, после дискретизации производных дифференциальных операторов до III порядка включительно в условиях сопряжения и до IV порядка включительно в уравнениях равновесия конечно-разностными соотношениями II или IV порядка аппроксимации в разностных операторах этих соотношений участвуют законтурные значения искомого перемещений самой панели, а также коэффициенты податливости окружающих ее 12 панелей. Размещение помещений в многоэтажном многопролетном по ширине и длине здании и нумерацию панелей в помещении следует выбрать так, чтобы были обеспечены разрешимость получаемой системы алгебраических уравнений, единственность ее решения и минимальное количество блочных матриц в получаемой глобальной матрице.

На основе накопленного опыта в процессе решения задач равновесия и движения пространственных безбалочных покрытий и неразрезных перекрытий [10, 11, 19, 20] и коробчатых конструкций [13, 14] установлена рациональность следующего алгоритма нумерации помещений и панелей внутри них: 1) для высотных сооружений ось Ox_1 направлена вертикально, оси Ox_2 и Ox_3 – по длине и ширине, т.е. по ширине конструкции расположено минимальное из возможных количество помещений; 2) для протяженных сооружений ось Ox_1 направлена по длине, расположение других осей зависит от соотношения количества этажей и пролетов по ширине: ось Ox_3 направляется так, чтобы это число вдоль нее было минимально. При данной системе обозначений нумерация трехиндексная, и отпадает необходимость хранения в оперативной памяти номеров помещений.

Для реализации поставленной цели на каждом шаге итерационного процесса необходимо решить систему уравнений равновесия

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{12}}{\partial y} + q_1 = 0, \quad \frac{\partial N_{21}}{\partial x} + \frac{\partial N_{22}}{\partial y} + q_2 = 0, \\ \frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial y^2} = q_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с удовлетворением условий сопряжения и совместности деформаций монолитного стыка текущего покрытия со смежной стеной

$$R_n^{\text{п}}|_{\Gamma} = k_p^c w^{\text{п}}|_{\Gamma}; M_n^{\text{п}}|_{\Gamma} = k_m^c \frac{\partial w^{\text{п}}}{\partial n}|_{\Gamma}; N_n^{\text{п}}|_{\Gamma} = k_n^c u^{\text{п}}|_{\Gamma}; N_{n\tau}^{\text{п}}|_{\Gamma} = k_{\tau}^c v^{\text{п}}|_{\Gamma} \quad (2)$$

и монолитного стыка текущей стены со смежной стеной

$$R_n^c|_{\Gamma} = k_p^c w^c|_{\Gamma}; M_n^c|_{\Gamma} = k_m^c \frac{\partial w^c}{\partial n}|_{\Gamma}; N_n^c|_{\Gamma} = k_n^c u^c|_{\Gamma}; N_{n\tau}^c|_{\Gamma} = k_{\tau}^c v^c|_{\Gamma} \quad (3)$$

монолитных стыков в пределах каждой панели с заданными их жесткостными характеристиками, известными из предыдущих приближений, где

$$N_{11} = D_p(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2), N_{12} = (1-\mu)D_p\varepsilon_3, N_{22} = D_p(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1), \quad (4)$$

$$M_{11} = -D_n(\kappa_1 + \mu\kappa_2), M_{12} = -(1-\mu)D_n\kappa_3, M_{22} = -D_n(\kappa_2 + \mu\kappa_1),$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \kappa_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \kappa_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \kappa_3 = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (5)$$

$$R_n^{\text{п}} = \frac{\partial M_{11}^{\text{п}}}{\partial n} + 2\frac{\partial M_{n\tau}^{\text{п}}}{\partial \tau}; M_n^{\text{п}} = D_n^{\text{п}}(\kappa_n^{\text{п}} + \mu_n \kappa_{\tau}^{\text{п}}); M_{n\tau}^{\text{п}} = (1 - \mu_n)D_n^{\text{п}}\kappa_{n\tau}^{\text{п}}; \quad (6)$$

$$N_n^{\text{п}} = D_p^{\text{п}}(\varepsilon_n^{\text{п}} + \mu_n \varepsilon_{\tau}^{\text{п}}); N_{n\tau}^{\text{п}} = (1 - \mu_n)D_p^{\text{п}}\varepsilon_{n\tau}^{\text{п}};$$

$$\varepsilon_n^{\text{п}} = \frac{\partial u^{\text{п}}}{\partial n}; \varepsilon_{\tau}^{\text{п}} = \frac{\partial v^{\text{п}}}{\partial \tau}; \varepsilon_{n\tau}^{\text{п}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u^{\text{п}}}{\partial \tau} + \frac{\partial v^{\text{п}}}{\partial n}\right); \quad (7)$$

$$\kappa_n^{\text{п}} = \frac{\partial^2 w^{\text{п}}}{\partial n^2}; \kappa_{\tau}^{\text{п}} = \frac{\partial^2 w^{\text{п}}}{\partial \tau^2}; \kappa_{n\tau}^{\text{п}} = \frac{\partial^2 w^{\text{п}}}{\partial n \partial \tau};$$

$$k_p^c = \tilde{D}_p^c b_c^{-1}; k_m^c = 2\tilde{D}_n^c b_c^{-1}; k_n^c = (1/2)\tilde{D}_n^c b_c^{-3}; k_{\tau}^c = \tilde{E}_c (\tilde{a}_c / \tilde{b}_c)^3 \bar{\mu}_c; \quad (8)$$

$$D_n^{\text{п}} = E_n h_n^3 \bar{\mu}_n; D_p^{\text{п}} = E_p h_p \bar{\mu}_n; \tilde{D}_n^c = \tilde{E}_c \tilde{h}_c^3 \bar{\mu}_c; \tilde{D}_p^c = \tilde{E}_c \tilde{h}_c \bar{\mu}_c;$$

$$\bar{\mu}_c = [12(1 - \tilde{\mu}_c^2)]^{-1}; \bar{\mu}_n = [12(1 - \mu_n^2)]^{-1};$$

$$R_n = R_{11}, N_n = N_{11}, N_{n\tau} = N_{21}, M_n = M_{11}, M_{n\tau} = M_{21} \text{ при } x=0, x=a;$$

$$R_n = R_{22}, N_n = N_{22}, N_{n\tau} = N_{12}, M_n = M_{22}, M_{n\tau} = M_{12} \text{ при } y=0, y=b;$$

$u^{\text{п}}, v^{\text{п}}$ – перемещения текущего перекрытия, направленные по осям Ox и Oy ; $\tilde{E}_c, \tilde{\mu}_c, \tilde{h}_c, \tilde{b}_c, \tilde{a}_c$ – модуль Юнга, коэффициент Пуассона, толщина, ширина и длина смежной стены (величины для смежных панелей отмечены тильдой), $w^{\text{п}}$ – прогиб перекрытия; формулы для $R_n^c, M_n^c, N_n^c, N_{n\tau}^c$ получаются заменой символа "п" на "с" в формулах (6), (7), (8);

$$q_1 = f_1(x, y) - k_{1,0}u + f_4(x, y), q_2 = f_2(x, y) - k_{2,0}v + f_5(x, y), \quad (9)$$

$$q_3 = -k_{3,0}w + k_{3,1}E_4 + k_{3,2}E_5 + f_3(x, y) + f_6(x, y);$$

$k_{1,0}, k_{2,0}$ и $k_{3,0}$ – коэффициенты постели окружающей среды в направлениях Ox, Oy и Oz по Винклеру [15]; $k_{3,1}, k_{3,2}$ – коэффициенты постели окружающей среды по Власову [16]; f_1, f_2 и f_4, f_5 – распределенные силы от веса панелей и технологического оборудования, направленные по осям Ox, Oy ; f_3 – нагрузка от собственного веса и технологического оборудования, направленная нормально к плоскости панели. Подобные (2), (3) условия выписываются для каждой смежной панели, которая стыкуется с текущей панелью (например,

панель I стыкуется с панелями II, III, V, VI), т.е. на каждом из контуров $x=0, x=a, y=0, y=b$ выписываются по три группы условий сопряжений: две – для перпендикулярных к данному контуру панелей, одна – для панели, находящейся в плоскости текущей панели.

После дискретизации системы дифференциальных уравнений (1), условий сопряжения монолитного стыка текущего перекрытия со смежной стеной (2) и монолитности стыка текущей стены со смежной стеной (3), получаемые системы разностных уравнений каждой панели имеют вид:

$$A_i X_{i-2} + B_i X_{i-1} + C_i X_i + D_i X_{i+1} + E_i X_{i+2} = Q_i; \quad (i = \overline{0, N_1}). \quad (10)$$

Анализ литературных источников показывает, что в решенных задачах расчета однопролетных плит и оболочек рассмотрены защемленные, свободно опертые и шарнирно опертые контуры, а задачи со свободным контуром практически не затронуты. Для перечисленных выше классов задач в разностных уравнениях (10) i изменяется от 1 до N_1-1 . Поэтому вектора $X_{-1}, X_0, X_N, X_{N_1+1}$ вполне определяются из разностных граничных условий, причем первые две компоненты X_{-1} и X_{N_1+1} равны нулю, а третьи – w_{-1} и w_{N_1+1} . Они выражаются через внутриконтурные значения прогиба по формулам $w_{-1} = \pm w_1, w_{N_1+1} = \pm w_{N_1-1}$, где знак плюс относится к защемленному контуру, а минус – к свободно опертому.

Поскольку на стыковых линиях значения искомого перемещений неизвестны, уравнениями равновесия можно воспользоваться на линиях монолитных стыков панелей. Это позволяет более правильно описать реальную работу конструкции и получить более точный результат [10–14, 18–20], так как аппроксимация условий (2)–(3) производится с помощью центральных конечно–разностных соотношений. Это улучшает обусловленность глобальной матрицы и систем (10) и уменьшает коэффициенты при остаточных членах. Поэтому сочли целесообразным аппроксимировать уравнения равновесия и условия сопряжения вдоль контурных линий. Кроме того, на углах $(0,0), (0,b), (a,0), (a,b)$ каждой панели используются условия отсутствия крутящего момента и касательного усилия, что обеспечивает условия неразрывности при изгибных и сдвиговых деформациях панелей. Дискретизация третьего уравнения (1) производится центральными конечно–разностными соотношениями после подстановки выражений моментов. Все законтурные искомые величины прогиба вполне определяются приведенными в [12] формулами с добавлением влияния правых частей (2)–(3), а при дискретизации $\partial N_{11}/\partial x, \partial N_{12}/\partial y, \partial N_{12}/\partial x, \partial N_{22}/\partial y$ в перечисленных узлах используются направленные внутрь трехчленные конечно–разностные соотношения [18–20] II порядка аппроксимации. Подобные формулы используются при дискретизации $\partial N_{11}/\partial x, \partial N_{12}/\partial x$ в узлах $(0, j), (N_1, j)$ ($j = \overline{1, N_2 - 1}$) и $\partial N_{12}/\partial y, \partial N_{22}/\partial y$ – в узлах $(i, 0), (i, N_2)$ ($i = \overline{1, N_1 - 1}$). Следующие условия сопряжения

$$\begin{aligned} (N_{11})_{0,0} &= k_{0,0}^{cxn} u_{0,0}, \quad (N_{12})_{0,0} = 0, \quad (N_{22})_{0,0} = k_{0,0}^{cyn} v_{0,0}, \quad (N_{11})_{N_1,0} = k_{N_1,0}^{cxn} u_{N_1,0}, \\ (N_{12})_{N_1,0} &= 0, \quad (N_{22})_{N_1,0} = k_{N_1,0}^{cyn} v_{N_1,0}, \quad (N_{11})_{0,N_2} = k_{0,N_2}^{cxn} u_{0,N_2}, \quad (N_{12})_{0,N_2} = 0, \\ (N_{22})_{0,N_2} &= k_{0,N_2}^{cyn} v_{0,N_2}, \quad (N_{11})_{N_1,N_2} = k_{N_1,N_2}^{cxn} u_{N_1,N_2}, \quad (N_{12})_{N_1,N_2} = 0, \\ (N_{22})_{N_1,N_2} &= k_{N_1,N_2}^{cyn} v_{N_1,N_2} \end{aligned}$$

позволяют вполне определить значения законтурных тангенциальных перемещений из третьих и четвертых условий (2)–(3)

$$\begin{aligned} u_{i,N_2+1} &= u_{i,N_2-1} + h_1^{-1} h_2 (v_{i+1,N_2} - v_{i-1,N_2}) - [(1-\mu)D_{i,N_2}]^{-1} h_2 k_{i,N_2}^{cyr} u_{i,N_2}, \\ v_{i,N_2+1} &= v_{i,N_2-1} + \mu h_1^{-1} h_2 (u_{i+1,N_2} - u_{i-1,N_2}) - D_{i,N_2}^{-1} h_2 k_{i,N_2}^{cyn} v_{i,N_2}, \\ u_{i,-1} &= u_{i,1} + h_1^{-1} h_2 (v_{i+1,0} - v_{i-1,0}) - [(1-\mu)D_{i,0}]^{-1} h_2 k_{i,0}^{cyr} u_{i,0}, \\ v_{i,-1} &= v_{i,1} + \mu h_1^{-1} h_2 (u_{i+1,0} - u_{i-1,0}) - D_{i,0}^{-1} h_2 k_{i,0}^{cyn} v_{i,0}, \quad (i = \overline{1, N_1 - 1}) \end{aligned}$$

а также нормальных и касательных сдвигающих усилий в узлах контурных линий.

При дискретизации $\partial N_{12}/\partial y$, $\partial N_{22}/\partial y$ в узлах $(0, j)$, (N_1, j) ($j = \overline{1, N_2 - 1}$) и $\partial N_{11}/\partial x$, $\partial N_{12}/\partial x$ в узлах $(i, 0)$, (i, N_2) ($i = \overline{1, N_1 - 1}$) используются центральные конечно–разностные соотношения на полушагах со вторым порядком погрешности аппроксимации. Центральные конечно–разностные соотношения на полушагах используются при дискретизации $\partial N_{11}/\partial x$, $\partial N_{12}/\partial y$, $\partial N_{12}/\partial x$, $\partial N_{22}/\partial y$ во всех внутренних узлах, а при аппроксимации вторых производных следует воспользоваться центральными конечно–разностными соотношениями второго порядка погрешности. Для аппроксимации выражений $(pz_x)_x$, $(pz_y)_x$ необходимо пользоваться соотношениями

$$(2h_1)^{-1}[(p_{i+1,j} + p_{i,j})Z_{i+1,j} - (p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j})Z_{i,j} + (p_{i,j} + p_{i-1,j})Z_{i-1,j}],$$

$$(8h_1h_2)^{-1}[(p_{i+1,j} + p_{i,j})(Z_{i+1,j+1} - Z_{i+1,j-1}) - (p_{i,j} + p_{i-1,j})(Z_{i-1,j+1} - Z_{i-1,j-1}) + (p_{i+1,j} + p_{i-1,j})(Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1})]$$

соответственно, позволяющими получить II порядок погрешности.

Применение метода блочного исключения к решению системы (10) приводит к следующим рекуррентным соотношениям

$$\begin{aligned} F_i &= \overline{F}_i(D_i - \overline{H}_i H_{i-1}), \quad \overline{H}_i = B_i - A_i F_{i-2}; \quad \overline{F}_i = (C_i - \overline{H}_i F_{i-1} - A_i H_{i-2})^{-1}, \\ H_i &= \overline{F}_i E_i, \quad V_i = \overline{F}_i(G_i + \overline{H}_i V_{i-1} - A_i V_{i-2}) \quad (i = \overline{0, N_1}) \end{aligned} \quad (11)$$

на прямом ходу, и

$$X_i = F_i X_{i+1} - H_i X_{i+2} + V_i \quad (i = \overline{N_1, 0}) \quad (12)$$

на обратном ходу.

Для получения достоверного прогноза работы конструкции в качестве условия для определения изменения жесткостей в каждом узле пространственной сетки несущих элементов используется энергетический критерий

$$\tilde{\sigma}_и = \max(\tilde{\sigma}_{11}^2 - \tilde{\sigma}_{11}\tilde{\sigma}_{22} + \tilde{\sigma}_{22}^2 + 3\tilde{\sigma}_{12}^2) \leq [\sigma_s](1 - \mu^2)E^{-1}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{11} &= (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \mp h(\kappa_1 + \mu\kappa_2)/2, \quad \tilde{\sigma}_{22} = (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \mp h(\kappa_2 + \mu\kappa_1)/2, \\ \tilde{\sigma}_{13} &= (1 - \mu)(\varepsilon_3 \mp h\kappa_3/2), \end{aligned} \quad (14)$$

который является самой сложной среди теорий прочности [21].

Оптимизационные расчеты пространственных конструкций сложной компоновки по критерию равнопрочности реализуются следующим алгоритмом.

А. При выборе входных данных начального приближения предполагается, что жесткости всех несущих элементов заданы, решается система линейных алгебраических уравнений (10), определяется максимальное значение приведенной интенсивности напряжений $\tilde{\sigma}_и = \sigma_и(1 - \mu^2)E^{-1}$ k -ой панели ($k = \overline{1, N_0}$, N_0 – общее число панелей) и из условия (13) определяются h_k , которая принимается в качестве первого приближения толщины k -ой панели.

Б. Полученные значения h_k засылаются в рабочие массивы.

В. Решаются системы алгебраических уравнений (10).

Г. В каждом узле пространственной сетки определяются компоненты деформаций сдвига и изгиба (5) и уточняются значения $h_{kij}^{(s+1)}$:

$$h_{kij}^{(s+1)} = \max \left[2 \left(P_2^{(s)} \right)^{-1} \left(\mp P_1^{(s)} \pm \left\{ \left(P_1^{(s)} \right)^2 - P_2^{(s)} \left[P_0^{(s)} - (1 - \mu^2)^2 \left(\frac{[\sigma]}{E} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \right) \right], \quad (15)$$

где $P_0^{(s)}, P_1^{(s)}, P_2^{(s)}$ – положительно–определенные однородные квадратичные формы, составленные из $\varepsilon_1^{(s)}, \dots, \kappa_3^{(s)}$. Если в панели преобладает сжатие, то $h_{kij}^{(s+1)}$ определяется из условия устойчивости панели. Алгоритм определения критических сил панелей в общем случае действия нормальных и касательных усилий описан в [22]. Влияние гибкости учитывается на основе методики раздела IX [21].

Д. Проверяется условие

$$\left| h_{kij}^{(s+1)} - h_{kij}^{(s)} \right| \leq \varepsilon h_{kij}^{(s+1)},$$

при выполнении которого счет заканчивается; в противном случае управление передается к этапу Б. Итерационный процесс (15) при $s > 1$ ускоряется с помощью алгоритма с заданным модулем сходимости [9, 18–20]

$$\bar{h}^{(s+1)} = -r^{(s+1)} \bar{h}^{(s)} + (1 + r^{(s+1)}) h^{(s+1)},$$

где

$$r^{(s+1)} = \left[\left(\bar{h}^{(s)} - \bar{h}^{(s-1)} \right) - \left(\bar{h}^{(s+1)} - \bar{h}^{(s)} \right) \right]^{-1} \left[\left(h^{(s+1)} - h^{(s)} \right) - \rho_0 \left(\bar{h}^{(s)} - \bar{h}^{(s-1)} \right) \right],$$

ρ_0 – заданная малая положительная величина ($0,1 \leq \rho_0 \leq 0,25$), $h = h_{kij}$.

В работах [9, 18, 20] показано, что количество узлов сетки можно уменьшить при одной и той же степени точности, увеличив порядок точности разностной схемы. Там описано, как за счет ускорения решения, полученного комбинацией результатов разностной схемы II порядка точности при $N_1=N_2=6$, $N_1=N_2=12$ и $N_1=N_2=24$, достигнуто более точное решение, чем в случае обычной разностной схемы II порядка точности при $N_1=N_2=80$, т.е. время счета уменьшилось в 124 раза. В случае использования разностной схемы IV порядка точности для защемленной на концах балки получено точное решение при $N_1=10$, а в случае использования разностной схемы II порядка точности достигнуто совпадение всего лишь четырех десятичных знаков прогиба в середине пролета при $N_1=400$. Эффективность разностной схемы IV порядка точности установлена и при упругопластическом расчете [9, 18, 20]. Она обеспечивает быструю сходимость решения систем нелинейных алгебраических уравнений различными итерационными процессами с развитием степени физической нелинейности. Однако при использовании разностных схем IV порядка точности каждая из блочных матриц A_i, \dots, E_i имеет пятиблочную структуру, т.е. при каждом $N_2 = 25$ блоков размером 3×3 , а в случае разностной схемы II порядка точности – 13 таких блоков.

Список литературы.

- [1] Шамсиев У.Ш. О динамическом методе расчета прямоугольной пространственной коробки на сейсмические воздействия // Изв. АН УзССР. СТН. 1965. № 4. С. 23–28.
- [2] Рашидов Т.Р., Шамсиев У.Ш. и др. Сейсродинамика пространственных систем // Фан, Ташкент. 1991.
- [3] Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике // Москва–Ленинград: ГИТТЛ. 1948.
- [4] Комплексная программа оптимального проектирования железобетонных каркасов многоэтажных зданий из нетиповых элементов "Аврора–74" // Москва: ЦНИИПИАС. 1974.
- [5] Игнатов В.П., Жук Ю.Н. Автоматизация проектирования железобетонных конструкций // Москва: ЦНИИПроект. 1987.
- [6] Тарнапольский Ю.Я. Алгоритм глобальной оптимизации многопараметрических функций методом случайного поиска // "Алгоритмы и программы случайного поиска". Рига: Зинатне. 1969.
- [7] Буриев Т. Разработка и апробация алгоритмов оптимизации несущих элементов пространственных неразрезных структурных покрытий // Вопр. вычисл. и прикл. математики. 1982. № 68. С. 70–85.
- [8] Буриев Т. К созданию САПР пространственных стержневых систем больших размеров // Вопр. вычисл. и прикл. математики. 1988. № 85. С. 82–88.
- [9] Буриев Т. Разработка и реализация на ЭВМ экономичных алгоритмов решения краевых и оптимизационных задач механики деформируемого твердого тела (Препринт) // Ташкент: Изд–во НПО "Кибернетика" АН РУз. 1988.
- [10] Буриев Т. О реализации на ЭВМ вычислительных алгоритмов расчета на прочность и свободные колебания неразрезных тонкостенных конструкций и безбалочных покрытий // Вопр. вычисл. и прикл. математики 44, 1976, 176–181.
- [11] Буриев Т. Создание и опытная эксплуатация автоматизированной системы расчета на сейсмостойкость пространственных неразрезных и безбалочных покрытий с переменными характеристиками. Вопр. вычисл. и прикл. математики 1980. № 62. С. 106–131.
- [12] Буриев Т. Расчет на прочность и сейсмостойкость неразрезных фундаментов с переменными характеристиками на ЭВМ // Доклады V Всесоюз. конф. по динамике оснований, фундаментов и подземных сооружений, Ташкент, 8–10 декабря 1981. Ташкент. 1981. Т. 2. С. 152–155.

- [13] Отчет о НИР "Программные средства для расчета на прочность и сейсмостойкость защитных коробчатых конструкций АЭС и АТЭС (ЗКАЭС). Технический проект" // Ташкент: НПО "Кибернетика" АН Узбекистана. 1982. N Гос. рег. 01829015802. 39 с.
- [14] Буриев Т. Об алгоритмах расчета на прочность и сейсмостойкость пространственных конструкций, взаимодействующих с грунтом // Изв. АН УзССР. СТН. 1991. № 1. С. 28–32.
- [15] Тимошенко С.П., Войновский–Кригер С. Пластинки и оболочки // Москва: Физматгиз, 1966.
- [16] Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании // Москва: Физматгиз, 1960.
- [17] Буриев Т. Расчет конструкций с учетом накопленных повреждений при переменных упругопластических нагрузениях // Материалы IV Всесоюз. конф. по числ. методам решения задач теории упругости и пластичности, Ч. II. Новосибирск. 1980. С. 16–25.
- [18] Буриев Т. Расчет несущих элементов тонкостенных конструкций на ЭВМ. Автореф. дис. докт. физ.–мат. наук. Ташкент. 1974.
- [19] Буриев Т. Применение метода конечных разностей к динамическому расчету упругопластических оболочек больших прогибов // Вопр. вычисл. и прикл. математики. 1974. № 30. С. 82–104.
- [20] Буриев Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций // Ташкент: Фан. 1986.
- [21] БелЯев Н.М. Соппротивление материалов // Москва: Наука. 1965.
- [22] Буриев Т. Разработка и реализация на ЭВМ вычислительных алгоритмов исследования устойчивости безбалочных покрытий и пластинок при сложных граничных условиях // Тез. докл. Всесоюз. симп. по устойчивости в механике деформируемого твердого тела, Калинин, 4–7 сентября 1981 г. С. 77–78.