

ДИНАМИКА ТУРБУЛЕНТНОГО СЛЕДА ЗА САМОДВИЖУЩИМСЯ ТЕЛОМ

А. Г. ДЕМЕНКОВ

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

В. А. КОСТОМАХА

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

Г. Г. ЧЕРНЫХ

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: schernykh@lchd.ict.nsc.ru

Выполнено численное моделирование развития закрученного турбулентного осесимметричного следа за самодвижущимся телом. Для описания следа применяются две математические модели, включающие дифференциальные уравнения движения, переноса рейнольдсовых напряжений и скорости диссипации. Получено удовлетворительное согласование результатов расчетов с экспериментальными данными. Исследовано вырождение дальнего турбулентного следа. Осуществлено численное моделирование динамики пассивной примеси в турбулентном следе.

Рассматривается задача об эволюции турбулентного следа за телом вращения, движущимся равномерно и прямолинейно в безграничной однородной несжимаемой жидкости. Тело снабжено движителем, тяга которого в обсуждаемой задаче компенсирует силу гидродинамического сопротивления, так что величина продольной компоненты суммарного избыточного импульса J в следе равна нулю. Движитель может закручивать жидкость в следе, поэтому, для того, чтобы тело не вращалось вокруг своей продольной оси, эта закрутка должна быть тем или иным способом также скомпенсирована. При этом суммарный момент количества движения M в следе также равен нулю. Такой режим движения тела часто называют режимом самодвижения.

Численное моделирование закрученного безимпульсного турбулентного следа с ненулевым моментом количества движения, основанное на применении иерархии полумпирических моделей турбулентности второго порядка, осуществлено в [1, 2]. Показано, что удовлетворительное соответствие с экспериментальными данными [3] может быть получено с применением математической модели, включающей дифференциальные уравнения переноса нормальных и одного из касательных рейнольдсовых напряжений и неравновесных алгебраических соотношений для остальных касательных напряжений. Закрученный турбулентный след за самодвижущимся телом рассмотрен в [4, 5] (там же можно найти обзор работ по закрученным следам). Для его описания использовалась математическая модель второго порядка, близкая примененной в [3].

В настоящей работе численное моделирование закрученного турбулентного следа за самодвижущимся телом выполнено с применением двух математических моделей. Представлены результаты расчетов динамики пассивной примеси в турбулентном следе.

1. Постановка задачи

Для описания течения привлекается следующая система осредненных уравнений движения и переноса концентрации пассивной примеси в приближении тонкого сдвигового слоя:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle u'v' \rangle + \frac{\partial}{\partial x} \int_r^\infty \frac{[W^2 + (\langle w'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle)]}{r} dr - \frac{\partial (\langle u'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle)}{\partial x}, \quad (1.1)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{VW}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle v'w' \rangle - \frac{\langle v'w' \rangle}{r} - \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial x}, \quad (1.2)$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 01-01-00783), СО РАН (интеграционный проект 2000-1) и Федеральной целевой программы "Интеграция" (проект 274).

© А. Г. Деменков, В. А. Костомаха, Г. Г. Черных, 2001.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} = 0, \quad (1.3)$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V \frac{\partial \Theta}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle \theta' v' \rangle. \quad (1.4)$$

Здесь x, r, φ — цилиндрическая система координат с началом на задней кромке тела; ось x направлена противоположно направлению движения тела; U, V, W, u', v', w' — соответствующие компоненты скорости осредненного и пульсационного движения; $\langle u'v' \rangle, \langle u'w' \rangle, \langle v'w' \rangle$ — касательные рейнольдсовы напряжения; Θ и θ' — осредненная и пульсационная составляющие концентрации примеси. Угловые скобки означают осреднение. В правых частях уравнений (1.1), (1.2), (1.4) слагаемые с молекулярной вязкостью и диффузией отброшены в предположении малости. Поскольку рассматривается осесимметричный след, искомые функции от координаты φ не зависят.

Ниже рассмотрены две замкнутые математические модели.

Наиболее полная (Модель 1) включает в себя дополнительно к (1.1)–(1.3) уравнения переноса рейнольдсовых напряжений:

$$U \frac{\partial \langle u'^2 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle u'^2 \rangle}{\partial r} = -2(1-\alpha) \langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{2}{3} \varepsilon - C_1 \frac{\varepsilon}{e} \left(\langle u'^2 \rangle - \frac{2}{3} e \right) + \frac{2}{3} \alpha P + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{re \langle v'^2 \rangle}{\varepsilon} \frac{\partial \langle u'^2 \rangle}{\partial r} \right), \quad (1.5)$$

$$U \frac{\partial \langle v'^2 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle v'^2 \rangle}{\partial r} - 2 \frac{W}{r} \langle v'w' \rangle = 2(1-\alpha) \langle v'w' \rangle \frac{W}{r} - \frac{2}{3} \varepsilon - C_1 \frac{\varepsilon}{e} \left(\langle v'^2 \rangle - \frac{2}{3} e \right) + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{re}{\varepsilon} \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle v'^2 \rangle}{\partial r} - \frac{2 \langle v'w' \rangle^2}{r} \right) \right] - \frac{2C_s e}{r\varepsilon} \left[\langle v'w' \rangle \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial r} + \langle w'^2 \rangle \frac{(\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle)}{r} \right] + \frac{2}{3} \alpha P, \quad (1.6)$$

$$U \frac{\partial \langle w'^2 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle w'^2 \rangle}{\partial r} + 2 \frac{W}{r} \langle v'w' \rangle = -2(1-\alpha) \langle v'w' \rangle \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{2}{3} \varepsilon - C_1 \frac{\varepsilon}{e} \left(\langle w'^2 \rangle - \frac{2}{3} e \right) + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{re}{\varepsilon} \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle w'^2 \rangle}{\partial r} + \frac{2 \langle v'w' \rangle^2}{r} \right) \right] + \frac{2C_s e}{r\varepsilon} \left[\langle v'w' \rangle \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial r} + \langle w'^2 \rangle \frac{(\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle)}{r} \right] + \frac{2}{3} \alpha P, \quad (1.7)$$

$$U \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial r} - \frac{W}{r} \langle u'w' \rangle = -(1-\alpha) \langle v'^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial r} - C_1 \frac{\varepsilon}{e} \langle u'v' \rangle + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{re}{\varepsilon} \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial r} - \frac{\langle v'w' \rangle \langle u'w' \rangle}{r} \right) \right] - \frac{C_s e}{r\varepsilon} \left[\langle v'w' \rangle \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial r} + \langle w'^2 \rangle \frac{\langle u'v' \rangle}{r} \right], \quad (1.8)$$

$$U \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial r} + \frac{W}{r} (\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle) = -C_1 \frac{\varepsilon}{e} \langle v'w' \rangle + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{re}{\varepsilon} \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial r} + \langle v'w' \rangle \frac{(\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle)}{r} \right) \right] - (1-\alpha) \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial W}{\partial r} - \langle w'^2 \rangle \frac{W}{r} \right) - \frac{C_s e}{r\varepsilon} \left[\langle v'w' \rangle \frac{\partial (\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle)}{\partial r} - 4 \langle w'^2 \rangle \frac{\langle v'w' \rangle}{r} \right], \quad (1.9)$$

$$U \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial r} + \frac{W}{r} \langle u'v' \rangle = -(1-\alpha) \left(\langle u'v' \rangle \frac{\partial W}{\partial r} + \langle v'w' \rangle \frac{\partial U}{\partial r} \right) - C_1 \frac{\varepsilon}{e} \langle u'w' \rangle + \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{e}{\varepsilon} \left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial r} + \langle v'w' \rangle \frac{\langle u'v' \rangle}{r} \right) \right] + \frac{C_s e}{r\varepsilon} \left[\langle v'w' \rangle \frac{\partial \langle v'^2 \rangle}{\partial r} - \langle w'^2 \rangle \frac{\langle u'w' \rangle}{r} \right]. \quad (1.10)$$

Скорость диссипации ε находится путем решения соответствующего дифференциального уравнения переноса

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{C_\varepsilon}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{re \langle v'^2 \rangle}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon}{e} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \varepsilon). \quad (1.11)$$

Величина P в уравнениях (1.5)–(1.7), (1.11) — порождение энергии турбулентности за счет градиентов осредненного движения:

$$P = - \left(\langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial r} + \langle v'w' \rangle r \frac{\partial (W/r)}{\partial r} + \langle u'w' \rangle \frac{\partial W}{\partial x} + \langle u'^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial x} + \langle v'^2 \rangle \frac{\partial V}{\partial r} + \langle w'^2 \rangle \frac{V}{r} \right). \quad (1.12)$$

Эмпирические постоянные $C_s, C_\varepsilon, \alpha, C_1, C_2, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$ в уравнениях (1.5)–(1.11) равны, соответственно, 0.22, 0.17, 0.93, 0.6, 2.2, 1.45, 1.92.

В Модели 2 касательные турбулентные напряжения определяются из неравновесных соотношений Роди

$$\langle u'v' \rangle = \alpha_1 \langle v'^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (1.13)$$

$$\langle u'w' \rangle = \alpha_1 \left(\langle u'v' \rangle \frac{\partial W}{\partial r} + \langle v'w' \rangle \frac{\partial U}{\partial r} \right), \quad (1.14)$$

$$\langle v'w' \rangle = \alpha_1 \left(\langle v'^2 \rangle r \frac{\partial}{\partial r} (W/r) + \frac{W}{r} (\langle v'^2 \rangle - \langle w'^2 \rangle) \right), \quad (1.15)$$

где $\alpha_1 = -\lambda_1 \frac{e}{\varepsilon}$, $\lambda_1 = \frac{1 - C_2}{C_1 + P/\varepsilon - 1}$.

Нормальные рейнольдсовы напряжения находятся путем решения дифференциальных уравнений переноса (1.5)–(1.7).

Для замыкания уравнения (1.4) воспользуемся простейшим градиентным соотношением ($\gamma=0.31$)

$$-\langle \theta'v' \rangle = \gamma \frac{e \langle v'^2 \rangle}{\varepsilon} \frac{\partial \Theta}{\partial r}. \quad (1.16)$$

В основу представленных выше математических моделей положена модель [6]. Структура Модели 2 обусловлена опытом численного моделирования незакрученных безимпульсных турбулентных следов в линейно стратифицированной жидкости [7].

Переменные задачи обезразмеривались с применением скорости невозмущенного потока U_0 и характерной длины D (диаметра тела). В качестве начальных условий (на примере математической Модели 1) при $x = x_0$ задавались распределения $U, W, \varepsilon, \langle u'_i u'_j \rangle$, согласованные с экспериментальными данными. Начальному распределению осредненной концентрации пассивной примеси соответствовала финитная колоколообразная неотрицательная функция. При $r \rightarrow \infty$ ставились условия невозмущенного потока; при $r = 0$ — условия симметрии для $U, \langle u'^2 \rangle, \langle v'^2 \rangle, \langle w'^2 \rangle, \langle v'w' \rangle, \varepsilon, \Theta$ и антисимметрии для $V, W, \langle u'v' \rangle, \langle u'w' \rangle$:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial \langle u'_i u'_i \rangle}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial r} = \frac{\partial \Theta}{\partial r} = \langle u'v' \rangle = \langle u'w' \rangle = V = W = 0.$$

2. Алгоритм расчета

Следствием математической модели и соответствующих начальных и граничных условий являются законы сохранения суммарного избыточного импульса, момента количества движения ($U_1 = U - U_0$ — дефект продольной компоненты скорости; $\rho_0 = \text{const}$ — плотность жидкости) и суммарного расхода примеси:

$$J(x) = 2\pi\rho_0 \int_0^\infty [U U_1 - \int_r^\infty \frac{W^2 + \langle w'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle}{r'} dr' + \langle u'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle] r dr = J(x_0) \quad (2.1)$$

$$M(x) = 2\pi\rho_0 \int_0^\infty (U W + \langle u'w' \rangle) r^2 dr = M(x_0) \quad (2.2)$$

$$Q(x) = 2\pi \int_0^\infty U \Theta r dr = Q(x_0). \quad (2.3)$$

Численный алгоритм решения задачи основан на применении конечно-разностного алгоритма первого порядка аппроксимации на подвижных сетках, консервативного по отношению к законам сохранения (2.1)–(2.3). Достаточно подробно алгоритм и его тестирование изложены в [1], поэтому отметим только, что при использовании Модели 2 и аппроксимации уравнения (1.2) значения коэффициента турбулентной вязкости $\nu_{tw} = \alpha_1 \langle v'^2 \rangle$ в полуцелых узлах сетки по переменной r вычислялись по формуле [8]

$$(\nu_{tw})_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{2(\nu_{tw})_{i \pm 1} (\nu_{tw})_i}{(\nu_{tw})_{i \pm 1} + (\nu_{tw})_i}.$$

3. Результаты расчетов

Ниже представлены результаты численных экспериментов, выполненные на основе Моделей 1, 2. В качестве начальных условий при $x/D=10$ принимались экспериментальные данные, полученные в низкотурбулентной аэродинамической трубе Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН [4]. Опыты соответствовали числу Рейнольдса $Re=U_0 D/\nu = 5 \cdot 10^4$, где ν —кинематический коэффициент вязкости. При проведении расчетов граничные условия для U_1 , $\langle u'_i u'_j \rangle$, ε , Θ , из бесконечности сносились на линию $r = r_* = 4D$. Величина r_* была определена в ходе численных экспериментов. Основные результаты расчетов получены на равномерной по переменной r сетке с шагом $h_r/D = 0.02$. Величина шага сетки h_x/D по продольной координате возрастала и изменялась от 0.01 по формуле члена геометрической прогрессии со знаменателем 1.006. Для контроля точности осуществлялся расчет с $h_r/D = 0.04$ и начальным $h_x/D = 0.02$. Отклонения сеточных решений в равномерной норме при этом не превышали 1%.

Поскольку целью настоящей работы является численное моделирование турбулентного следа за самодвигающимся телом, большое внимание уделялось обеспечению достаточной близости к нулю начальных значений $J(x_0)$ и $M(x_0)$. С этой целью экспериментально полученные при $x/D = 10$ распределения аппроксимировались кубическими сплайнами. Затем, с помощью небольших вариаций полученных функций при больших значениях радиальной переменной r обеспечивалась малость величин $J(x_0)$ и $M(x_0)$. Основные расчеты проводились при $J = 5.5 \cdot 10^{-13}$, $M = 5.4 \cdot 10^{-11}$ (здесь рассматриваются безразмерные значения J, M ; $x/D \in [10, 3315]$).

Математические Модели 1, 2 иллюстрируются сопоставлением рассчитанных и измеренных поперечных распределений тангенциальной компоненты W и дефекта продольной компоненты U_1 средней скорости (рис. 1) и интенсивностей турбулентных флуктуаций компонент скорости $\sigma_u = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}$, $\sigma_v = \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$, $\sigma_w = \sqrt{\langle w'^2 \rangle}$ (рис. 2). Результаты расчетов изображены сплошными линиями; экспериментальные данные—точками. Соответствие результатов расчетов по Моделям 1, 2 и экспериментальных данных можно считать удовлетворительным. Результаты расчетов на рис. 2 по обеим моделям практически совпадают. Осевые значения интенсивностей $\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$ достаточно близки. Однако поведение распределений этих величин вблизи оси следа отличается весьма существенно, что связано с различием источников членов в уравнениях (1.5)–(1.7).

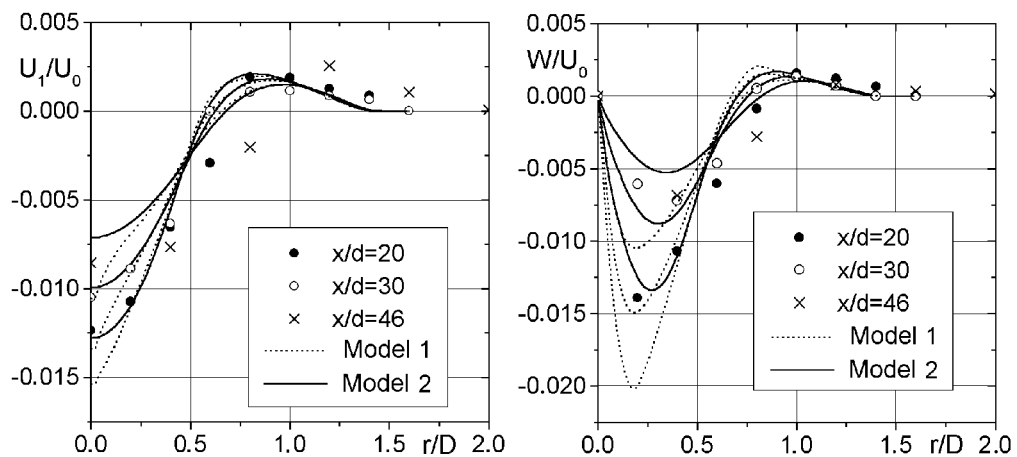


Рис. 1.

Рис. 3 демонстрирует изменение характерных масштабов турбулентности в зависимости от расстояния от тела. Здесь U_{10} — осевое значение дефекта продольной компоненты скорости, W_m — максимальное в данном сечении следа значение окружной компоненты скорости, ε_0 — величина энергии турбулентности на оси следа и $r_{1/2}(x)$ — характерная ширина следа, определяемая из соотношения

$$\sigma_u(r_{1/2}, x) = 0.5\sigma_u(0, x).$$

При сопоставлении максимальных по модулю значений касательных напряжений $\langle v'w' \rangle_m$ в качестве экспериментальных значений выбирались соответствующие значения в отрицательной ветви распределения $\langle v'w' \rangle$.

Как видно, результаты расчетов основных параметров течения по Моделям 1, 2 достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Существенные отклонения в изменениях величин $\langle u'v' \rangle_m$,

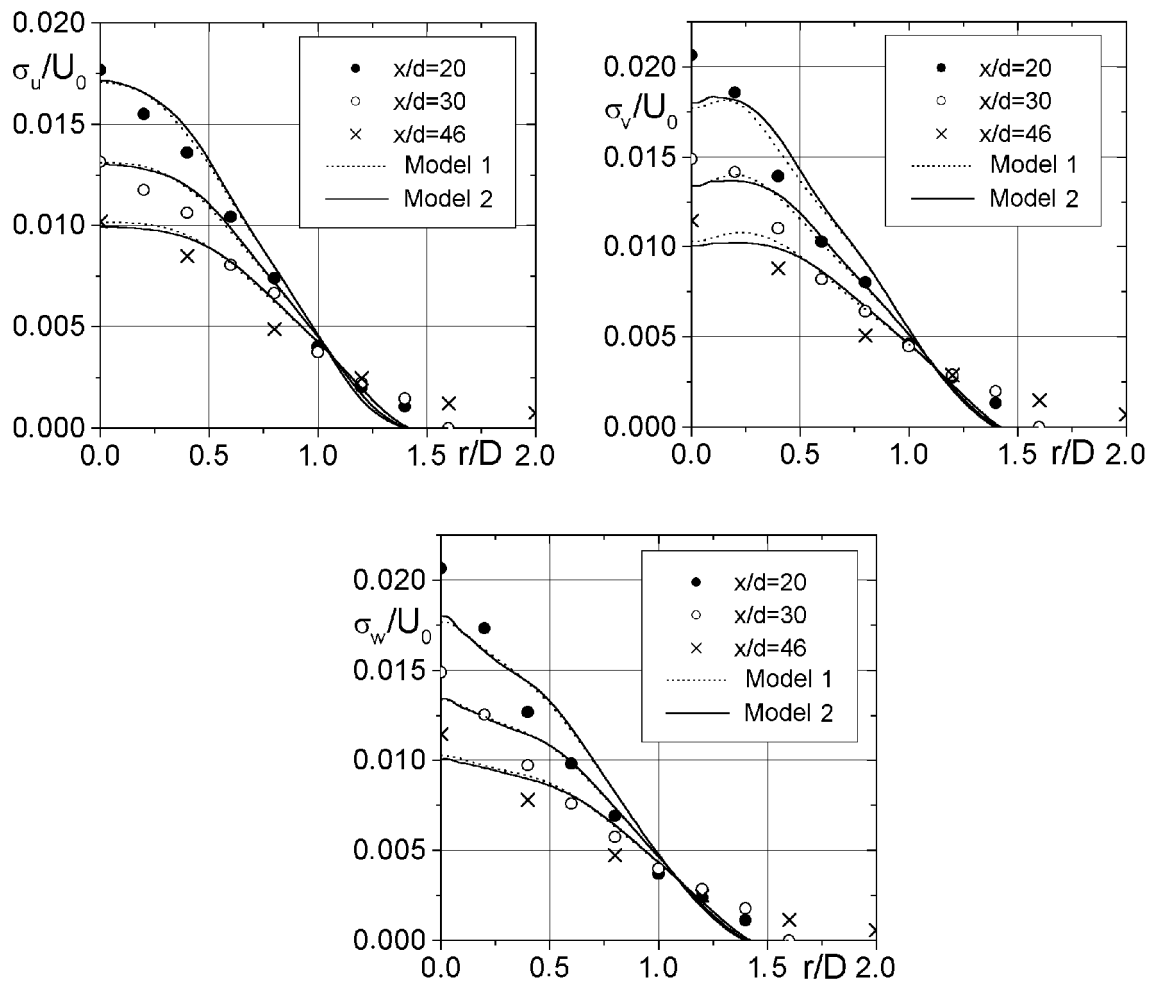


Рис. 2.

$\langle v'w' \rangle_m$, по-видимому, свидетельствуют о недостатках математических Моделей 1, 2. На больших удалениях от тела поведение всех масштабных функций демонстрирует степенную зависимость от x . В логарифмических координатах рис. 3 это пунктирные прямые. Степенная зависимость характерных масштабов турбулентности является одним из необходимых признаков достижения автомодельности течения в следе.

На больших удалениях от тела получено также аффинное подобие поперечных распределений характеристик турбулентности в следе. При анализе автомодельности дальнего турбулентного следа Модель 2 оказалась более удобной в связи с тем, что в ней уравнения переноса U_1 и W являются диффузионными.

Динамика пассивной примеси иллюстрируется рис. 4, на котором представлено автомодельное распределение $\Theta/\Theta_0(x)$ как функция $r/r_{1/2}$. Осевое значение $\Theta_0(x) = \Theta(0, x)$ характеризуется асимптотическим соотношением $\Theta_0(x) \sim x^{-0.4}$, что находится в соответствии с законом сохранения (2.3), являющегося следствием (1.4). Расчеты характеристик пассивной примеси осуществлялись на основе Модели 2.

Выполнялись расчеты с начальным распределением осредненной концентрации вида $\Theta(r, x_0) = 0$, $r \in [0, r_0] \cup [r_1, r^*]$; $\Theta(r, x_0) = \Theta^0 = const$, $r \in [r_0, r_1]$. Так же, как и в задаче о динамике пассивной примеси от мгновенного локализованного источника в зоне турбулентного смешения [9], процесс распространения характеризуется смещением положения максимума осредненной концентрации к оси следа. Однако это смещение происходит чрезвычайно медленно в сравнении с вырождением турбулентности.

Основные результаты работы сводятся к следующему. Построены две численные модели течения в закрученном турбулентном следе за самодвижущимся телом. Модели основаны на применении дифференциальных уравнений движения, переноса рейнольдсовых напряжений и скорости диссипации. Лучшее соответствие с экспериментальными данными получено с применением математической модели, включающей неравновесные алгебраические аппроксимации для касательных рейнольдсовых напряжений. Ис-

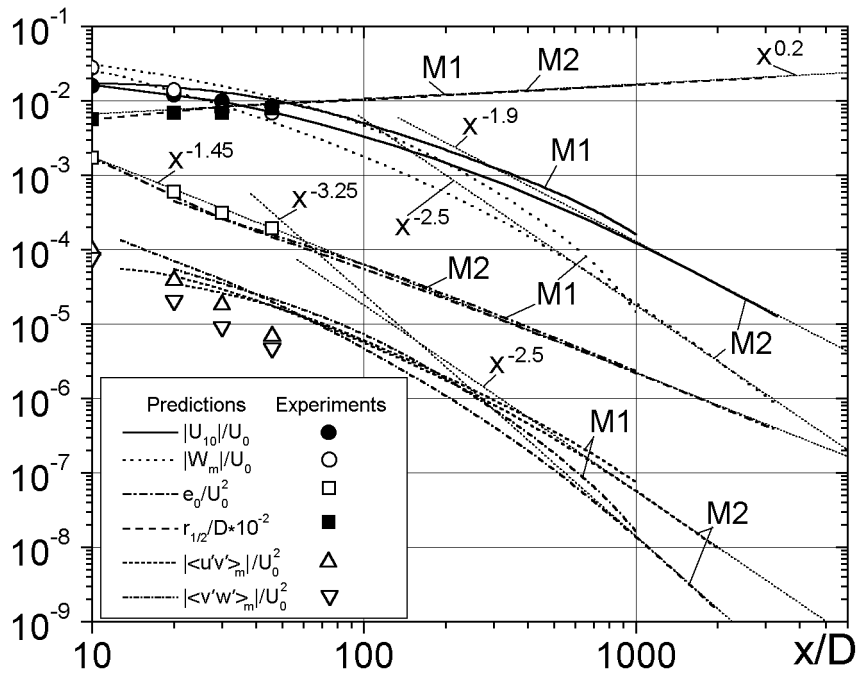


Рис. 3.

следовано вырождение дальнего турбулентного следа. Показано, что на больших расстояниях от тела течение становится автомодельным. Осуществлено численное моделирование динамики пассивной примеси в турбулентном следе.

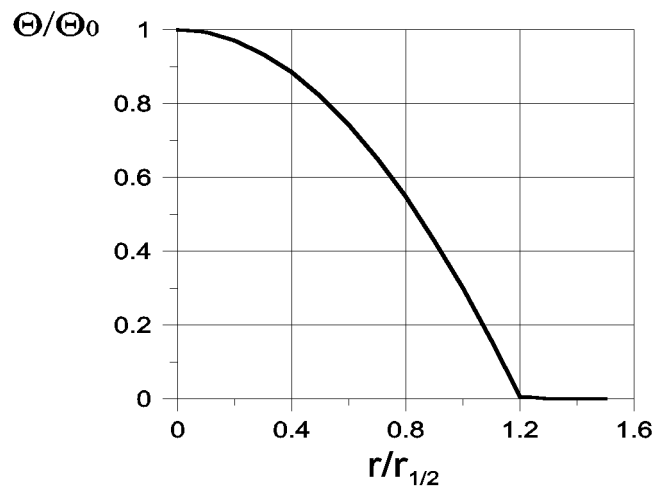


Рис. 4.

Список литературы

- [1] CHERNYKH G. G., DEMENKOV A. G., KOSTOMAKHA V. A. Numerical model of a swirling momentumless turbulent wake // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1998. Vol.13, No. 4, P. 279-288.
- [2] KOSTOMAKHA V. A., CHERNYKH G. G., DEMENKOV A. G. Experimental and numerical modelling of a swirling turbulent wake // Proc. 9th Int. Conference of Meth. of Aeroph. Res. Novosibirsk, 1998. Vol. 2. P. 112-117.

- [3] КОСТОМАХА В. А., ЛЕСНОВА Н. В. Турбулентный закрученный след за сферой с полной или частичной компенсацией силы сопротивления // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 2. С. 88–98.
- [4] ГАВРИЛОВ Н. В., ДЕМЕНКОВ А. Г., КОСТОМАХА В. А., ЧЕРНЫХ Г. Г. Экспериментальное и численное моделирование турбулентного следа за самодвижущимся телом // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 4, С. 49–58.
- [5] ВАСИЛЬЕВ О. Ф., ДЕМЕНКОВ А. Г., КОСТОМАХА В. А., ЧЕРНЫХ Г. Г. Численное моделирование закрученного турбулентного следа за самодвижущимся телом // ДАН, 2001. Т. 376, № 2. С. 195–199.
- [6] ЛАУНДЕР Б. Е., МОРС А. Численный расчет осесимметричных сдвиговых течений с использованием замыканий для напряжений. В кн. “Турбулентные сдвиговые течения 1”. Пер. с англ. / Под ред. А.С. Гиневского. М.: Машиностроение, 1982. С. 291–310.
- [7] CHERNYKH G. G., VOROPAIEVA O. F. Numerical modeling of momentumless turbulent wake dynamics in a linearly stratified medium // Computers and Fluids, 1999. Vol. 28. P. 281–306.
- [8] ТИХОНОВ А. Н., САМАРСКИЙ А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
- [9] ВОРОПАЕВА О. Ф., ЧАШЕЧКИН Ю. Д., ЧЕРНЫХ Г. Г. Диффузия пассивной примеси от мгновенного локализованного источника в зоне турбулентного смешения // ДАН, 1997. Т. 356. № 6, 759–762.