

РАСЧЕТ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАОСТРЕННЫХ ТЕЛ В РАМКАХ МОДЕЛИ ПОЛНОГО ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ

Т. В. ПОПЛАВСКАЯ

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: popla@itam.nsc.ru

В работе приведен алгоритм расчета гиперзвукового ударного слоя на острых телах (пластина, конус) в рамках модели полного вязкого ударного слоя. Получены характеристики плоских и осесимметричных ударных слоев и показаны их различия. Проведены параметрические расчеты в широком диапазоне определяющих параметров задачи. Полученные результаты для тепловых потоков представлены в виде универсальных безразмерных зависимостей.

Существующие гиперзвуковые аэродинамические трубы при высоких числах Маха ($M_\infty > 20$) не позволяют проводить полное моделирование условий полета. Поэтому особую актуальность приобретают численные исследования в гиперзвуковых потоках. При входе летательного аппарата в земную атмосферу условия его обтекания изменяются от свободномолекулярного течения на большой высоте до течения сплошной среды на малой высоте [1]. Поскольку существует такой широкий диапазон условий, сложно найти единый метод решения, который был бы пригоден для всех режимов течения.

Для течений с большими числами Маха ($M_\infty > 10$) и умеренными числами Рейнольдса ($Re_x \sim 10^4 \div 10^5$) хорошим приближением является модель полного вязкого ударного слоя (ПВУС) [2, 3], представляющая собой промежуточный уровень асимптотического приближения между полными уравнениями Навье—Стокса и уравнениями пограничного слоя. Модель ПВУС имеет ряд следующих преимуществ:

— уравнения ПВУС решаются маршевым методом по продольной координате, что позволяет, по сравнению с моделью Навье—Стокса, существенно повысить эффективность вычислений;

— по сравнению с классической теорией пограничного слоя модель ПВУС дает возможность расчета течений с умеренно низкими числами Рейнольдса, а также позволяет избежать проблемы поиска внешних данных для пограничного слоя;

— по модели ПВУС расчеты всего поля течения между телом и ударной волной производятся единым образом как в области сильного, так и слабого взаимодействия.

Целью данной работы является теоретическое исследование гиперзвукового ударного слоя на острых телах (пластина, конус) в рамках модели ПВУС, изучение влияния различных параметров и сравнение характеристик плоских и осесимметричных ударных слоев. Это позволяет лучше понять закономерности обтекания и способствует решению различных прикладных задач.

1. Постановка задачи

Обтекание плоской пластины и острого конуса гиперзвуковым потоком вязкого газа исследуется в рамках двумерных уравнений ПВУС. В системе координат, связанной с поверхностью тела, эти уравнения в безразмерных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(r^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r^j \rho v) &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{r^j Re_L} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} &= 0, \\ \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{4}{3} \frac{1}{r^j Re_L} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} &= 0, \\ c_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + c_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{r^j Re_L Pr} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{1}{Re_L} (\gamma - 1) M_\infty^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \left(u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

*Молодежный грант РАН 2001.

© Т. В. Поплавская, 2001.

$$P = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \rho T.$$

Здесь ось x направлена вдоль поверхности тела, а ось y перпендикулярно поверхности; для осесимметричного и плоского случаев $j = 1$ и $j = 0$ соответственно, θ — полуугол раствора конуса (для плоской пластины $\theta = 0$); r_w — расстояние от контура тела до оси симметрии (для плоской пластины $r_w = 0$); $r = r_w + y \cos \theta$ — расстояние от точки до оси симметрии; P, ρ, μ, k, T — давление, плотность, коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности и температура соответственно; $\text{Pr} = \mu_\infty c_{p\infty} / k_\infty$ — число Прандтля; $\text{Re}_L = \rho_\infty U_\infty L / \mu_\infty$ — число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и длине модели L (в осесимметричном случае измеряемой по оси конуса). Компоненты скорости безразмерены по скорости набегающего потока U_∞ , давление отнесено к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty U_\infty^2$, коэффициенты вязкости μ и теплопроводности k , удельная теплоемкость c_p , плотность и температура отнесены к своим значениям в набегающем потоке, координаты x и y — к длине модели L . Ударная волна полагается тонкой, и на ней задаются обобщенные условия Ренкина — Гюгонио [4]:

$$\begin{aligned} u_s &= \cos(\beta - \theta) [\cos(\beta + \alpha) + k_s \operatorname{tg}(\beta - \theta) \sin(\beta + \alpha)] - \frac{\mu_s \cos^3(\beta - \theta) (1 - \operatorname{tg}^2(\beta - \theta))}{\operatorname{Re}_L \sin(\beta + \alpha)} \frac{\partial u}{\partial y}, \\ v_s &= u_s \operatorname{tg}(\beta - \theta) - k_s \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\cos(\beta - \theta)}, \\ P_s &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + (1 - k_s) \sin^2(\beta + \alpha) - \frac{2\mu_s \sin(\beta - \theta) \cos(\beta - \theta)}{\operatorname{Re}_L} \frac{\partial u}{\partial y}, \\ H_s &= 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 - \frac{\cos(\beta - \theta)}{\sigma_s \operatorname{Re}_L \sin(\beta + \alpha)} \left[\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1 - \text{Pr}}{2} (\gamma - 1) M_\infty^2 \frac{\partial}{\partial y} (u^2) \right], \\ k_s &= \frac{1}{\rho_s}, \quad \sigma_s = \frac{\text{Pr}}{\mu_s}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь β — угол наклона ударной волны, отсчитываемый от оси симметрии конуса; α — угол атаки при обтекании плоской пластины, γ — показатель адиабаты в набегающем потоке; H — полная удельная энтальпия; индекс ∞ соответствует параметрам в набегающем потоке, индекс s — параметрам потока за ударной волной. Для определения формы ударной волны y_s использовалось интегральное условие сохранения расхода при переходе через ударную волну

$$(r_w + y_s \cos \theta)^{1+j} = 2^j \int_0^{y_s} \rho u (r \cos \theta)^j dy. \quad (3)$$

В качестве граничных условий на теле использовались условия скольжения и скачка температуры как в [5].

2. Алгоритм решения и разностная схема

Применялся следующий алгоритм решения уравнений ПВУС. Сначала решаются обыкновенные дифференциальные уравнения вблизи вершины конуса или острой кромки пластины, полученные использованием преобразования (переменной Блазиуса), характерного для течений в ламинарном пограничном слое при равномерном внешнем потоке. Решения этих уравнений задаются в качестве начальных условий. Уравнения полного вязкого ударного слоя далее решаются маршевым методом по координате x . Нелинейность системы (1) требует использования итерационного подхода, позволяющего свести задачу в пределах одной итерации к последовательному решению методом прогонки разностных краевых задач, аппроксимирующих уравнения (1). Итерационный процесс в каждом сечении продолжается до выполнения с заданной точностью условия сохранения расхода при переходе через ударную волну (3). Более подробно постановка задачи и алгоритм решения описаны в [5–7].

В результате решения задачи определяются скорость, температура, плотность и давление во всем ударном слое. На поверхности конуса вычисляются коэффициент напряжения трения $C_f = \mu \frac{du}{dy} \Big|_{y=0} / (\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2)$ и коэффициент теплоотдачи $\text{St} = \left(k \frac{dT}{dy} + u \mu \frac{du}{dy} \right) \Big|_{y=0} / [\rho_\infty U_\infty (H_\infty - H_w)]$ (число Стантона).

Для решения уравнений ПВУС применялась двуслойная неявная разностная схема с весами второго порядка точности по обоим направлениям, использованная ранее при решении уравнений пограничного слоя [8]. Расчеты по модели ПВУС проводились на разностной сетке с числом точек по нормали 200, шаг по координате x выбран равным 0,0001. Число Прандтля принято равным 0,7, $\gamma = 1,4$, коэффициенты скольжения и аккомодации взяты равными 0,8, вязкость аппроксимировалась зависимостью Сазерленда.

3. Результаты вычислений

Для верификации модели ПВУС, применяемой при расчетах гиперзвуковых ударных слоев на пластине под углом атаки и на конусе под нулевым углом атаки, результаты вычислений сравнивались с экспериментальными данными, полученными в ИТПМ СО РАН, и взятыми из других статей. Было получено хорошее совпадение по следующим параметрам:

1) положение ударной волны (сравнение с экспериментальными данными McCroskey et al. в [5], Hillard et al. и Миронова и Маслова в [6] на пластине, с экспериментальными данными Feik et al. и Миронова в [7] на остром конусе);

2) профили скорости (сравнение с теоретическими данными Hantzsche and Wendt в [5] на пластине и с экспериментальными данными Vas and Sierchio в [9] на конусе);

3) профили плотности (сравнение с экспериментальными данными McCroskey et al. в [5], Миронова и Маслова в [6] на пластине и с экспериментальными данными McCroskey et al., Vas and Sierchio и Миронова и Анискина в [7] на остром конусе);

4) давление на поверхности тела (сравнение с экспериментальными данными Vas et al. [10] на пластине и с данными Wilkinson and Harrington [11] на конусе в [7]);

5) тепловые потоки на поверхности тела (числа Стантона) (сравнение с теоретическими данными Wallace and Burke и экспериментальными данными Шиплюка и Маслова на пластине в [6] и с данными Wilkinson and Harrington на 9-градусном конусе в [7]).

По описанному выше алгоритму решения уравнений ПВУС с определением положения ударной волны из условия сохранения расхода были проведены параметрические расчеты обтекания пластин и конусов в широком диапазоне определяющих параметров: числа Маха $15 \leq M_\infty \leq 25$, местные числа Рейнольдса $Re_x = 10^4 \div 10^6$, температурный фактор (отношение температуры поверхности тела к температуре торможения) $0.05 \leq T_w/T_0 \leq 0.3$, углы полураствора конуса $\theta = 5^\circ \div 35^\circ$ и углы атаки для обтекания плоской пластины $\alpha = 5^\circ \div 25^\circ$.

Анализ этих данных показал значительные отличия ударных слоев на конусе и пластине. На рис. 1 показано сравнение расчетных данных (сплошные линии 1 и 2) с экспериментальными [7] (треугольники)

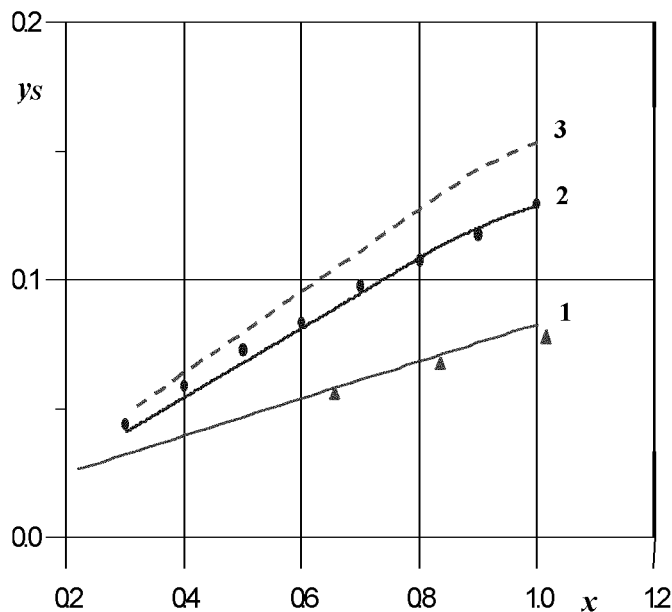


Рис. 1. Положение ударной волны: сплошные кривые — расчеты по модели ПВУС, 1, Δ — экспериментальные данные [7] на конусе при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.113 \text{ м}$, $T_0 = 1150 \text{ К}$, $T_w = 320 \text{ К}$, $\theta = 10^\circ$; 2, \bullet — экспериментальные данные [12] на пластине при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.2 \text{ м}$, $T_0 = 1100 \text{ К}$, $T_w = 310 \text{ К}$, $\alpha = 10^\circ$; 3 — расчет ПВУС на пластине при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.113 \text{ м}$, $T_0 = 1150 \text{ К}$, $T_w = 320 \text{ К}$, $\alpha = 10^\circ$.

и [12] (кружочки) по расстоянию отхода ударной волны на конусе (кривая 1) и пластине (кривая 2). Пунктирной линией 3 показан расчет ПВУС на пластине под углом атаки 10° , равном полууглу раскрытия конуса, и тех же условиях обтекания. Видно, что вследствие осесимметричной геометрии конуса ударная волна приближается к поверхности тела (по сравнению с плоскими течениями на пластине) и уменьша-

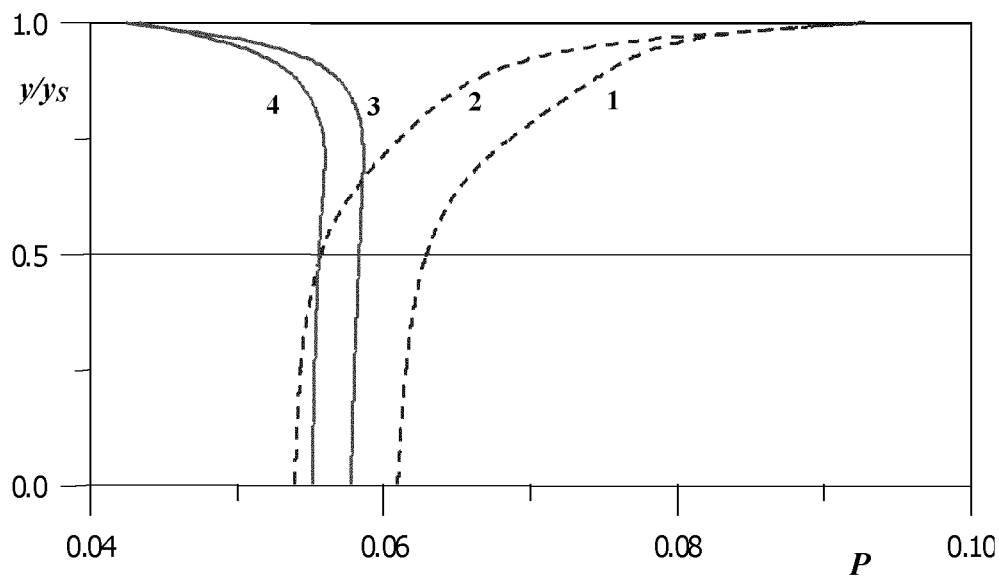


Рис. 2. Профили давления поперек ударного слоя при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.113 \text{ м}$, $T_0 = 1150 \text{ К}$, $T_w = 320 \text{ К}$, $\theta = 10^\circ$: 1, 2 — на пластине ($\alpha = 10^\circ$) в сечениях $x = 0.6, 1.0$; 3, 4 — на конусе ($\theta = 10^\circ$) в сечениях $x = 0.6, 1.0$.

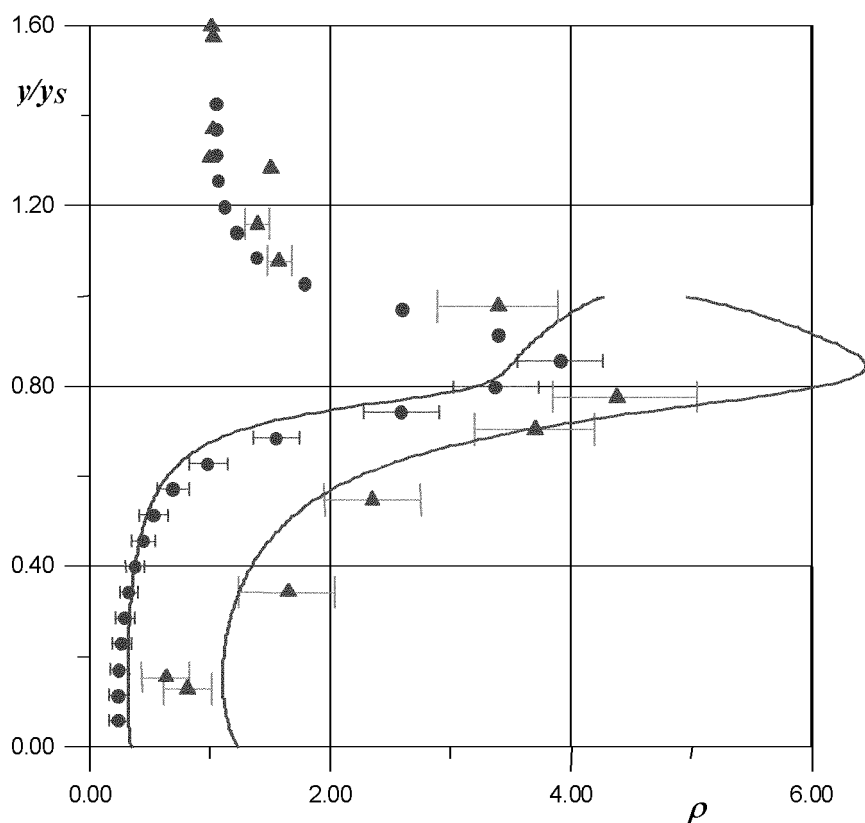


Рис. 3. Сравнение расчетных (сплошные линии) и экспериментальных профилей плотности: 1, \bullet — на пластине при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 5.8 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.240 \text{ м}$, $T_0 = 1150 \text{ К}$, $T_w = 299 \text{ К}$, $\alpha = 0^\circ$, $x = 0.417$ [12]; 2, Δ — на конусе при $M_\infty = 21$, $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$, $L = 0.113 \text{ м}$, $T_0 = 1150 \text{ К}$, $T_w = 320 \text{ К}$, $\theta = 10^\circ$, $x = 1.0$ [7].

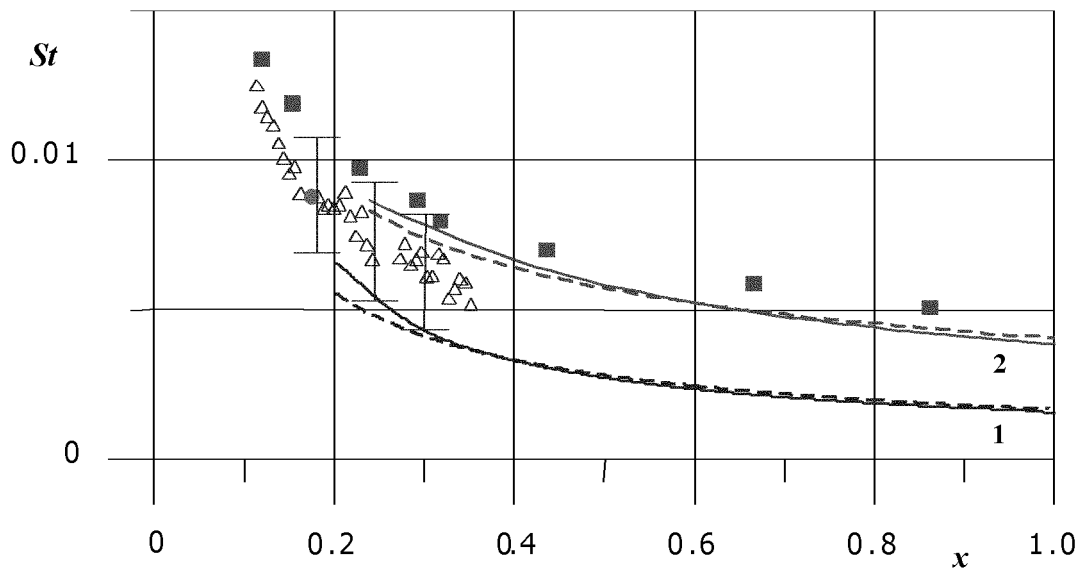


Рис. 4. Распределения чисел Стантона по продольной координате: 1, Δ — эксперимент Шиплюк & Маслов на пластине при $M_\infty = 21$, $Re_L = 1.93 \times 10^5$, $T_0 = 1100K$, $T_w = 291K$, $\alpha = 0^\circ$ [14], 2, \blacksquare — эксперимент Wilkinson & Harrington на конусе $\theta = 9^\circ$ при $M_\infty = 15$, $Re_L = 8.1 \times 10^4$, $T_0 = 4000K$, $T_w = 320K$ [7], сплошные кривые — расчеты по уравнениям ПВУС, пунктир — расчеты по аппроксимационной формуле (4) и (5).

ется толщина пограничного слоя. Из-за этого происходит ослабление ударной волны. Это демонстрирует рис. 2, где пунктирными линиями 1, 2 показаны рассчитанные по ПВУС распределения давления по нормальной координате в сечениях $x = 0,6; 1,0$ на пластине, а сплошными линиями 3, 4 — на конусе при тех же условиях обтекания. Видно, что при обтекании пластины на УВ находится максимум давления, а на конусе давление достигает максимума в невязкой области ударного слоя, находящейся за УВ.

Это в свою очередь приводит к тому, что при обтекании конуса максимум плотности по нормальной координате находится не на ударной волне, как в случае плоской пластины (кривая 1 на рис. 3), а ниже, в невязкой части ударного слоя (кривая 2 на рис. 3), что подтверждается экспериментальными данными [13], приведенными здесь (треугольники). Этот рис. показывает также сравнение экспериментальных и рассчитанных по модели ПВУС профилей плотности.

Анализ параметрических расчетов по модели ПВУС показал, что тепловые потоки (числа Стантона) на поверхности пластины и конуса имеют разную зависимость от определяющих параметров задачи: St на пластине пропорционален $(M_\infty/\sqrt{Re})^{3/2}$, а на конусе — M_∞/\sqrt{Re} . Поэтому отдельно для плоского и осесимметричного ударного слоя были получены эмпирические зависимости, аппроксимирующие результаты расчетов коэффициентов теплоотдачи на пластине

$$St = (0.16\alpha + 0.16) \times (M_\infty \times \sqrt{C}/\sqrt{Re_x})^{3/2} \quad (4)$$

и на конусе

$$St = (-0.83 \times 10^{-5} \times \theta^3 + 0.00054 \times \theta^2 - 0.004 \times \theta + 0.1) \times M_\infty \times \sqrt{C}/\sqrt{Re_x} \quad (5)$$

(здесь α и θ берутся в градусах). Эти формулы верны в указанном выше диапазоне определяющих параметров с точностью 10%.

Рис. 4 показывает удовлетворительное совпадение рассчитанных по модели ПВУС чисел Стантона (сплошные линии) как с экспериментальными данными (точки), так и с расчетами по аппроксимационной формуле (пунктирные линии) и на пластине, и на конусе.

Таким образом показано, что модель ПВУС хорошо описывает гиперзвуковые ударные слои на заостренных телах при больших числах Маха и умеренных числах Рейнольдса. Преимущества модели ПВУС дали возможность провести параметрические расчеты в широком диапазоне определяющих параметров и представить результаты в виде безразмерных универсальных зависимостей.

Список литературы

- [1] Хейз У.Д., Провстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. Изд-во Иностранной литературы, М., 1962.
- [2] CHENG H.K. Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynolds number. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford Press., Stanford, Calif. 1961. P. 161–175.
- [3] DAVIS R.T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer-equations // AIAA J. 1970. Vol. 8, № 5. P. 843–851.
- [4] Тирский Г.А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим газом при наличии вдува. Науч. Тр. Ин-та механики. МГУ. 1975. № 39. С. 5–39.
- [5] ПОПЛАВСКАЯ Т.В., ВЕТЛУЦКИЙ В.Н. Расчетное исследование вязкого ударного слоя на пластине // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 91–100.
- [6] MASLOV A.A., MIRONOV S.G., POPLAVSKAYA T.V., ET AL. Viscous shock layer on a plate in hypersonic flow // Europ. J. Mech. B.Fluids. 1999. Vol. 18, № 2. P. 213–226.
- [7] ПОПЛАВСКАЯ Т.В., МИРОНОВ С.Г. Численное моделирование гиперзвукового обтекания острого конуса // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 3. С. 43–50.
- [8] ВЕТЛУЦКИЙ В.Н., ПОПЛАВСКАЯ Т.В. К расчету ламинарного пограничного слоя на плоской треугольной пластине со сверхзвуковыми передними кромками // Численные методы механики сплошной среды. 1982. Т. 13, № 1. С. 31–43.
- [9] POPLAVSKAYA T.V. About calculation of a hypersonic viscous shock layer on a cone at zero incidence. In Int. Conf. on the Methods Aerophysical Research, Part I. Novosibirsk, 2000. P. 160–165.
- [10] VAS I.E., MCDUGALL J., KOPPENWALNER G., BOGDONOFF S.M. Some exploratory experimental studies of hypersonic low density effects on flat plates and cones. In Rarefied Gas Dynamics, N. Y. – L. 1965. Vol. 1. P. 508–534.
- [11] WALDRON H.F. Viscous hypersonic flow over pointed cones at low Reynolds numbers // AIAA J. 1967. Vol. 5, № 2. P. 208–218.
- [12] МАСЛОВ А.А., МИРОНОВ С.Г., ПОПЛАВСКАЯ Т.В., ВЕТЛУЦКИЙ В.Н. О влиянии угла атаки на гиперзвуковое обтекание пластины // Теплофизика высоких температур. 1998. Т. 36, № 5. С. 754–760.
- [13] АНИСКИН В.М., МИРОНОВ С.Г. Экспериментальное исследование пульсаций плотности в гиперзвуковом ламинарном следе за конусом // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 3. С. 111–117.
- [14] МАСЛОВ А.А., МИРОНОВ С.Г., ПОПЛАВСКАЯ Т.В., и др. Исследование аэродинамического нагрева пластины в вязком гиперзвуковом потоке // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37, № 3. С. 415–419.