

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОДНЯТИЯ ПЫЛИ ЗА ПРОХОДЯЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

А. В. Федоров, Н. Н. Федорова, И. А. Федорченко

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия*

e-mail: fedorov@itam.nsc.ru

Методами математического моделирования исследуются волновые процессы в слое мелких пылевых частиц при прохождении вдоль него ударной волны. Показано, что внутри слоя образуется система волн сжатия и разрежения, отражающихся попеременно от твердой поверхности и границы слоя, причем волновая картина существенно зависит от начальной концентрации частиц. Обсуждаются механизмы, приводящие к подъему частиц с поверхности.

## Введение

Актуальность рассматриваемой задачи связана с проблемой взрыво- и пожаробезопасности в шахтах и на запыленных производствах. При взаимодействии ударной волны, возникшей, например, при проведении технологических работ, со слоем частиц, лежащих на поверхности, происходит подъем пыли. Если температура и концентрация частиц, взвешенных в воздухе, достаточно велики, это может привести к взрыву пылевого облака.

Механизм образования пылевзвеси за проходящими УВ исследован экспериментально и аналитически многими авторами. В [1, 2] процесс поднятия пыли объясняется действием системы волн сжатия и разрежения, образующейся в результате последовательного отражения от твердой поверхности и границы облака частиц головной УВ. Кроме того, поднятие частиц пыли вверх связывают с действием на частицы сил Саффмана, Магнуса, турбулентной диффузии и др. Подробный обзор литературы по этому вопросу приведен в [3].

Целью настоящей работы является изучение волновых процессов, наблюдающихся в плотном псевдосжиженном слое при скольжении вдоль него ударной волны, и объяснение на этой основе механизмов подъема пылевых частиц.

## 1. Одномерная задача

Схема модельной одномерной задачи приведена на рис. 1, а. Ударная волна (УВ) движется слева направо по каналу постоянного сечения с закрытым правым концом, около которого находится слой запыленного газа. Качественная схема течения, реализующегося при этих условиях, приведена на рис. 1, б. Здесь  $УВ_1$  — падающая ударная волна,  $КР_1$  — контактный разрыв (граница между запыленным и чистым газом), имеющий в начальный момент нулевую скорость. В момент  $t_1$  происходит взаимодействие ударной волны с контактным разрывом, разделяющим чистый и запыленный газ, в результате чего ударная волна частично отражается ( $УВ_2$ ), а частично преломляется ( $УВ_3$ ) и проходит внутрь плотного слоя. Под воздействием ударной волны слой частиц, ограниченный контактной границей ( $КР_2$ ), приобретает положительную скорость и таким образом происходит его компактирование. Далее, в момент  $t_2$  на контактную границу приходит отраженная ударная волна и происходит еще одно взаимодействие, в результате которого ударная волна частично преломляется и проходит в чистый газ, а частично отражается. Поскольку волна выходит из более плотной среды в менее плотную, то она отражается от контактного разрыва веером волн разрежения, который вновь падает на твердую стенку. В результате многократного отражения волн сжатия и разрежения от контактной границы и твердой стенки давление выравнивается и скорость контактной границы опять становится близкой к нулю. Слой запыленного газа занимает положение вблизи твердой стенки, однако в результате воздействия волн сжатия и разрежения на границу раздела происходит изменение толщины слоя.

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 00-01-00891) и МНТЦ, проект 612-Б.

© А. В. Федоров, Н. Н. Федорова, И. А. Федорченко, 2001.

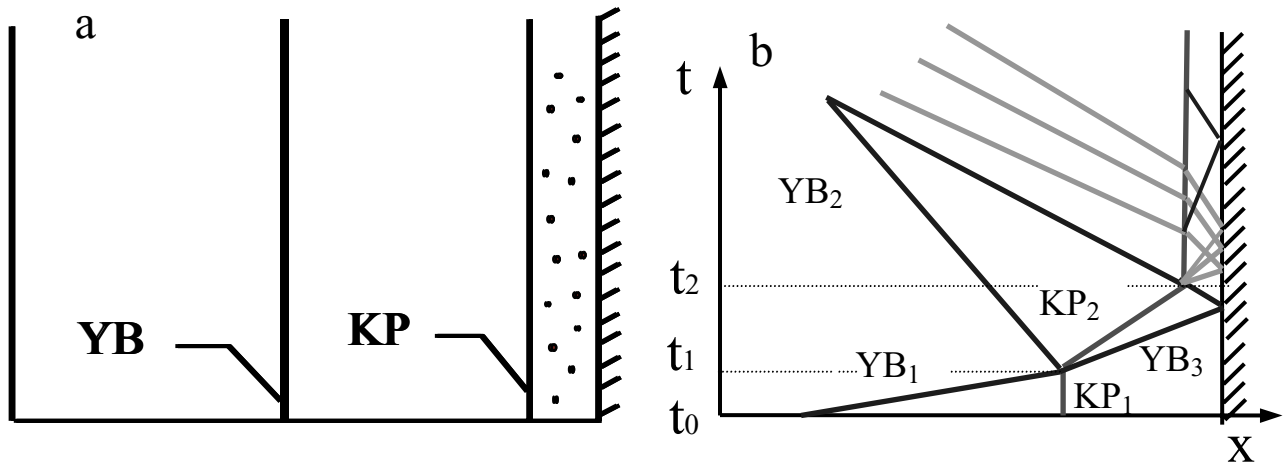


Рис. 1. Начальные данные и схема течения одномерной задачи.

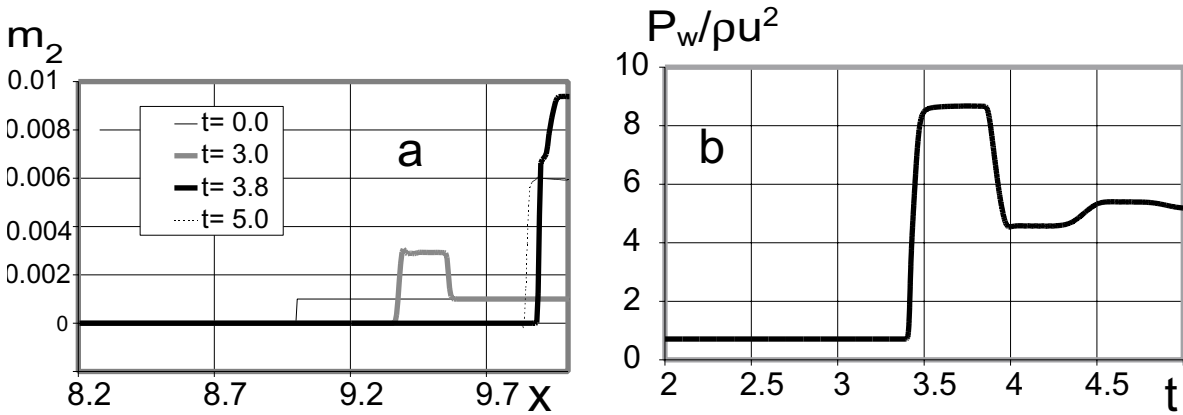


Рис. 2. Распределение объемной концентрации и давление на стенке в зависимости от времени.

Задача решается в рамках односкоростного приближения механики гетерогенных сред, справедливого для случая мелких частиц. Степень запыленности газа описывается величиной объемной концентрации дисперсного вещества  $m_2(x, t)$ . Соответствующее ему значение объемной концентрации воздуха  $m_1 = 1 - m_2$ . Газ считается невязким и нетеплопроводным, и его движение описывается уравнениями Эйлера. Уравнение для  $m_2$  представляет собой закон сохранения, аналогичный уравнению для плотности:

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + \frac{\partial m_2 u}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

Уравнение состояния смеси имеет вид:

$$p = RT \frac{\xi_1 \rho}{(1 - m_2)}, \tag{2}$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T$  — температура,  $\rho = \rho_1 + \rho_2$  — плотность смеси;  $\xi_1 = \frac{\rho_1}{\rho}$ ,  $\xi_2 = \frac{\rho_2}{\rho}$  — относительные массовые концентрации воздуха и частиц соответственно,  $\rho_{11}$  — истинная плотность воздуха, при нормальных условиях  $\rho_{11} = 1.177 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{22}$  — плотность материала частиц. Расчет проводился для частиц угля,  $\rho_{22} = 1470 \text{ кг/м}^3$ .

Для решения модельной задачи использовался Cubic Interpolation Propagation (CIP) метод, предложенный в [4] и хорошо зарекомендовавший себя при решении задач с сильными контактными разрывами.

На рис. 2 приведены графики рассчитанных распределений объемной концентрации примеси на различные моменты времени, а также поведения давления на торцевой стенке в зависимости от времени.

Расчеты модельной задачи подтвердили существование системы волн сжатия и разрежения внутри запыленного слоя. Анализ поведения контактной границы, проведенный по результатам расчетов, показывает, что отраженная УВ вызывает отход контактной границы от стенки. Время между моментами падения УВ на контактную границу и взаимодействием отраженной УВ со слоем, можно считать аналогом времени задержки между прохождением УВ и началом поднятия пыли в двумерной задаче. Сравнение расчетных и эмпирических времен задержки проводится ниже.

## 2. Двумерная задача

Двумерная задача о распространении УВ вдоль слоя пыли была решена в рамках односкоростной модели механики гетерогенных сред с учетом вязкости и теплопроводности газовой фазы. Математической моделью для описания движения смеси в этом случае служили полные уравнения Навье—Стокса вязкого теплопроводного газа, дополненные уравнением для объемной концентрации частиц, которые представляют собой двумерный аналог (1), и уравнением состояния (2). Математическая модель и описание метода решения приведены в [3].

Схема двумерной задачи представлена на рис. 3. Ударная волна движется справа налево по покоящемуся ( $u_0 = 0$ ) газу с параметрами  $\rho_0$ ,  $T_0$ ,  $P_0$ . Скорость волны задается с помощью числа Маха УВ  $M_s$ :  $D = M_s \cdot c_0$ , где  $c_0$  — скорость звука, вычисленная по параметрам газа перед фронтом УВ. На поверхности пластины находится слой толщиной  $h$  более плотного ( $\rho_0 < \rho_1$ ) газа. Плотность слоя характеризует безразмерное число Атвуда  $A = (\rho_1 - \rho_0)/(\rho_1 + \rho_0)$ . Легко видеть, что  $0 \leq A < 1$ . Повышенная плотность слоя может быть обусловлена либо присутствием дисперсной фазы с начальной объемной концентрацией  $m_{20} \neq 0$ , либо более низкой температурой газа  $T_1 < T_0$ . Как показали расчеты, качественная картина течения в обоих случаях совпадает.

За ударной волной в чистом газе формируется течение, имеющее скорость  $u_2$  в направлении распространения УВ. Перед УВ газ имеет параметры  $\rho_0 = 1.177 \text{ кг/м}^3$ ,  $T_0 = 288\text{K}$ ,  $u_0 = 0$ . Параметры газа  $\rho_2$ ,  $T_2$ ,  $u_2$  за УВ в начальный момент вычисляются из соотношений на прямом скачке. В настоящих расчетах использовалась система координат, связанная с ударной волной (рис. 3, б), в которой пластина и газ до скачка движутся слева направо со скоростью  $D$ , а скорость чистого газа после скачка равна  $u_2 - D$ . Для холодного слоя ( $T_1 < T_0$ ) расчеты были проведены при следующих значениях параметров:  $h = 5 \text{ мм}$ ,  $M_s = 1.6, 2, 2.5$  и  $3$ ;  $A = 1/5, 1/3, 3/7, 1/2$  и  $2/3$ . В рамках односкоростной модели механики гетерогенных сред были проведены расчеты при значении начальной объемной концентрации пыли  $m_2 = 10^{-3}$ , что соответствовало  $A = 0.385$ . В качестве дисперсного материала использовались частицы угля:  $\rho_{22} = 1470 \text{ кг/м}^3$ .

В момент времени  $t = 0$  УВ приходит на границу слоя, имеющего прямоугольную форму, и отражается от нее волной сжатия небольшой интенсивности, которая уходит в чистый газ. На начальной стадии взаимодействия в плотном слое происходит значительное усиление интенсивности и искривление фронта УВ. На рис. 4 приведены графики рассчитанных коэффициента усиления УВ  $K_{amp} = P_{max}/P_2$  (а) и угла наклона УВ к поверхности пластины (б) в зависимости от числа Атвуда для различных чисел  $M_s$ . Как показывает рис. 4, с ростом числа Атвуда степень усиления УВ в плотном слое и угол отклонения от нормального положения волны растут, причем ни тот, ни другой параметр не зависят от числа Маха УВ.

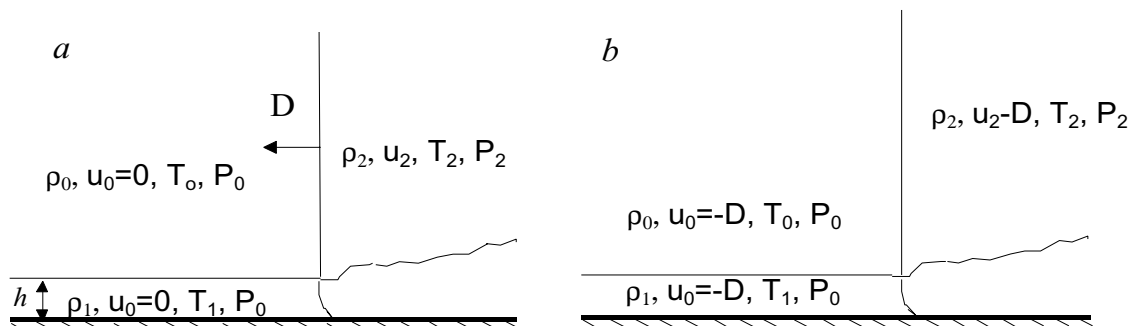


Рис. 3. Схема течения двумерной задачи.

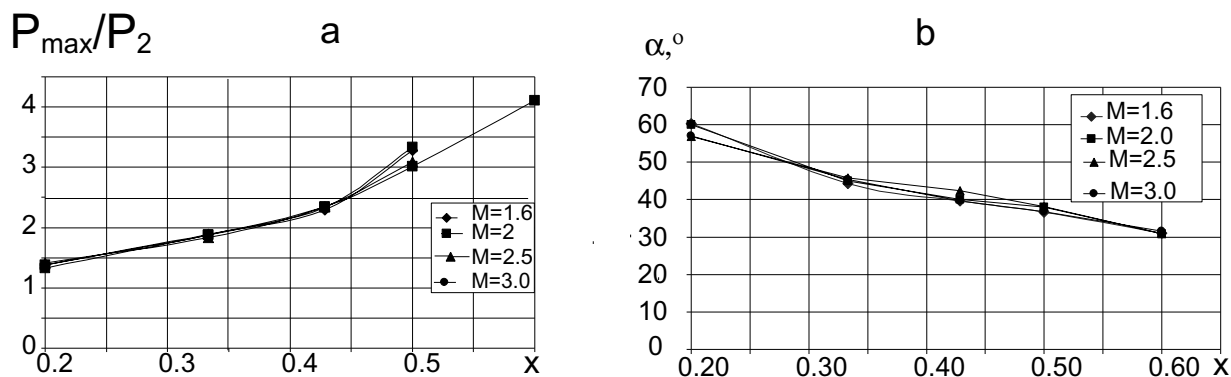


Рис. 4. Коэффициент усиления УВ в плотном слое (а) и угол наклона УВ к поверхности пластины в плотном слое (б).

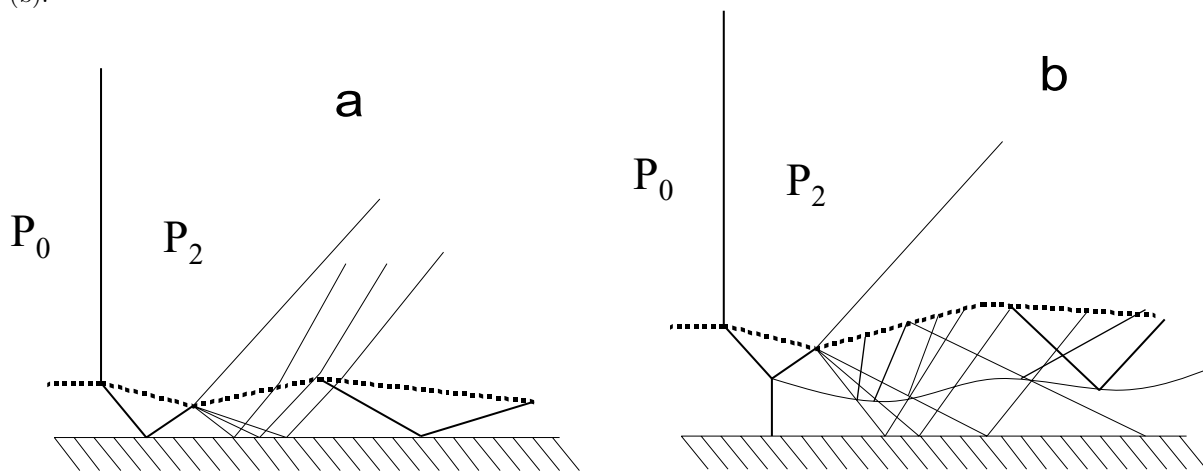


Рис. 5. Схемы течения для случая регулярного (а) и нерегулярного (б) отражения УВ от стенки.

Под воздействием высокого давления в чистый газ за фронтом УВ распространяется пристенная струя запыленного газа, передний фронт которой сворачивается в интенсивное вихревое образование. Искривленная внутри пылевого слоя УВ отражается от подложки, причем в зависимости от интенсивности УВ и начальной загрузки потока может реализоваться как регулярное, так и нерегулярное (маховское) отражение.

При низких значениях  $A$  УВ подходит к твердой поверхности под большим углом, чем при высоких значениях  $A$ . Следовательно, при низких числах Атвуда  $A$  реализуются условия для нерегулярного, а при высоких числах Атвуда — для регулярного отражения УВ от жесткой стенки. На рис. 5 представлены схемы течения для случаев регулярного (а) и нерегулярного (б) отражения УВ.

В случае регулярного отражения (рис. 5,а) схема течения полностью совпадает с предложенной в [1–3] волновой схемой. За фронтом УВ наблюдается поджатие слоя, причем более интенсивной УВ соответствует большее изменение толщины слоя. Головная УВ, имеющая искривленный фронт, подходит к поверхности под углом, при котором реализуется регулярное отражение УВ от твердой стенки. Отраженная УВ подходит на границу раздела чистого и запыленного газа и частично преломляется и выходит в чистый газ, а частично отражается. Поскольку ударная волна приходит из более плотной среды, то она отражается от контактной границы волной разрежения. Волна разрежения падает на поверхность пластины, отражается от нее, и вновь выходит на контактную поверхность, и т. д. Интенсивность волн падает по мере удаления от фронта УВ. Для слабых УВ интенсивность внутренних волн падает достаточно быстро, поскольку внешнее давление невелико, и при каждом взаимодействии с контактной поверхностью значительная часть энергии волны выходит во внешнюю среду. Для сильных УВ, имеющих высокое давление за фронтом, пропорции между интенсивностью отраженных и прошедших волн изменяются, и волны наблюдаются внутри слоя на достаточно большом расстоянии от фронта лидирующей УВ.

Под действием внутренних волн происходит перераспределение концентрации частиц внутри слоя.

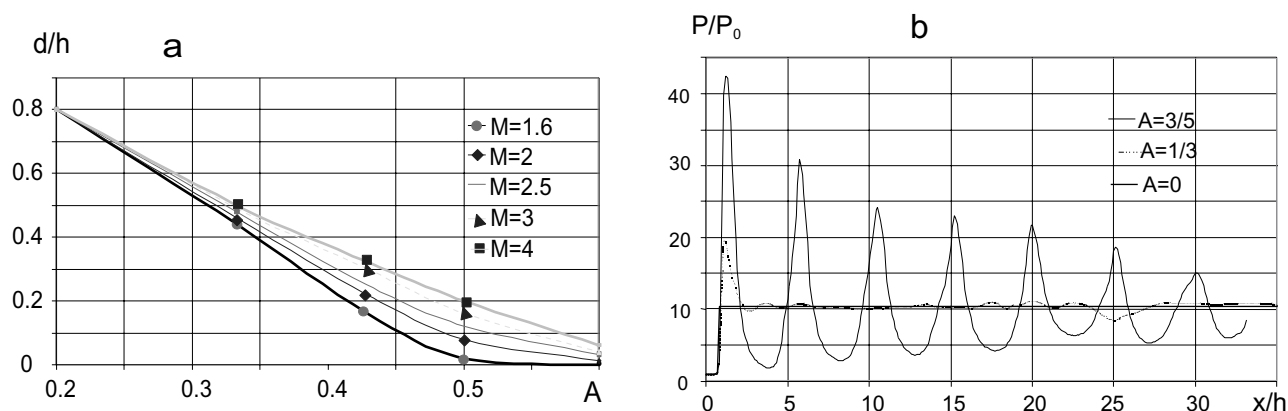


Рис. 6. Высота ножки Маха в зависимости от числа Атвуда для различных чисел Маха УВ (а) и распределение давления вдоль поверхности пластины для  $M_s = 3$  (б).

Наибольшая плотность частиц наблюдается на стенке, при этом имеются выраженные максимумы в тех областях, куда падают волны сжатия. Таким образом, результаты расчетов подтвердили, что при высоких числах Атвуда внутри слоя формируется система волн сжатия и разрежения, наблюдаемая авторами [1] экспериментально.

В случае нерегулярного отражения (рис. 5, б) из тройной точки исходит дополнительный контактный разрыв, наличие которого существенно изменяет волновую картину течения. На рис. 5, б можно видеть тройную точку, образованную ножкой Маха, падающей и отраженной волной, а также контактную поверхность, исходящую из тройной точки. По мере удаления от тройной точки вниз по потоку контактная поверхность развивается в струйку, образующую более плотное ядро потока. На этой неоднородности слоя происходит преломление и отражение внутренних волн. Весь слой разбивается внутренней струей по вертикали на две части, в каждой из которых существует своя система падающих и отраженных волн. Это приводит к тому, что длина волн в этом случае существенно меньше, чем при регулярном отражении, а интенсивность их быстро убывает. Кроме того, существование дополнительной системы падающих и отраженных волн в верхней части слоя приводит к развитию неустойчивости внешней контактной границы.

Рис. 6, а представляет полученную в расчетах зависимость высоты ножки Маха от числа Атвуда для различных чисел Маха УВ. График показывает, что для низких  $M_s$  переход к регулярному отражению происходит при меньших значениях числа Атвуда, чем при больших  $M_s$ . На рис. 6, б показано распределение давления вдоль поверхности пластины для  $M_s = 3$  при трех различных числах Атвуда:  $A = 0$  — чистый газ,  $A = 1/3$  — маховское отражение и  $A = 3/5$  — регулярное отражение.

На рис. 7 представлены изолинии статического давления (а), вертикальной скорости (б) и плотности (с), сформированные в окрестности УВ при  $M_s = 3$ ,  $A = 1/2$ . В данном случае реализуется нерегулярное отражение с ножкой Маха высотой около 1 мм. На картине изолиний плотности при  $10 < x < 15$  можно проследить дополнительный контактный разрыв, исходящий из тройной точки, отмеченной буквой *b*. Далее видна последовательная картина отраженных от поверхности пластины и контактной границы волн сжатия и разрежения. Рисунок 7, б показывает, что за искривленным фронтом УВ поток направлен вниз ( $V_{min} \approx 380$  м/с), а затем, отражаясь от стенки, разворачивается в обратном направлении. Положительная скорость  $V_{max} \approx 150$  м/с вызывает незначительное “вспухание” слоя.

На рис. 8 представлены поля плотности для  $M_s = 2$ ,  $A = 1/3$  на различные моменты времени. Видно, что волны сжатия и разрежения, отражающиеся внутри плотного слоя, не вызывают существенного изменения толщины слоя. Заметное поднятие частиц с поверхности обусловлено нестационарным вихревым образованием, в которое “сворачивается” передний фронт струи запыленного газа. После того, как передний фронт струи уходит за границу расчетной области, картина становится квазистационарной. Причиной заметного изменения толщины слоя, согласно проведенным расчетам, является неустойчивость слоя смещения, развитие которой можно наблюдать на рис. 8. Точка излома УВ на границе плотного слоя является источником возмущений. Она излучает концентрические волны сжатия небольшой интенсивности, которые взаимодействуют с поверхностью пластины, ударной волной и верхней границей канала, создавая интенсивный фон внешних возмущений. Внешние возмущения, наряду с внутренними волнами в слое, описанными выше, обуславливают развитие неустойчивости, которая вызывает подъем частиц слоя более плотной среды вверх.

На рис. 9 приведено сравнение данных одномерных и двумерных расчетов с предложенной в [5] эмпирической формулой, которая описывает экспериментальную зависимость расстояния от УВ до точки начала подъема пыли в зависимости от относительного числа Маха течения за УВ и толщины слоя. Данная формула преобразована в зависимость времени задержки подъема пыли от числа Маха лидирующей УВ  $M_s$  и показана на рис. 9 сплошными линиями для  $h = 1$  и  $5$  мм. Светлые символы соответствуют результатам одномерных расчетов, описанным выше. Время задержки определялось как промежуток между моментом прихода УВ на границу запыленного слоя и моментом, когда отраженная от стенки УВ приходит на контактную поверхность. Темные символы представляют результаты, полученные в двумерной постановке

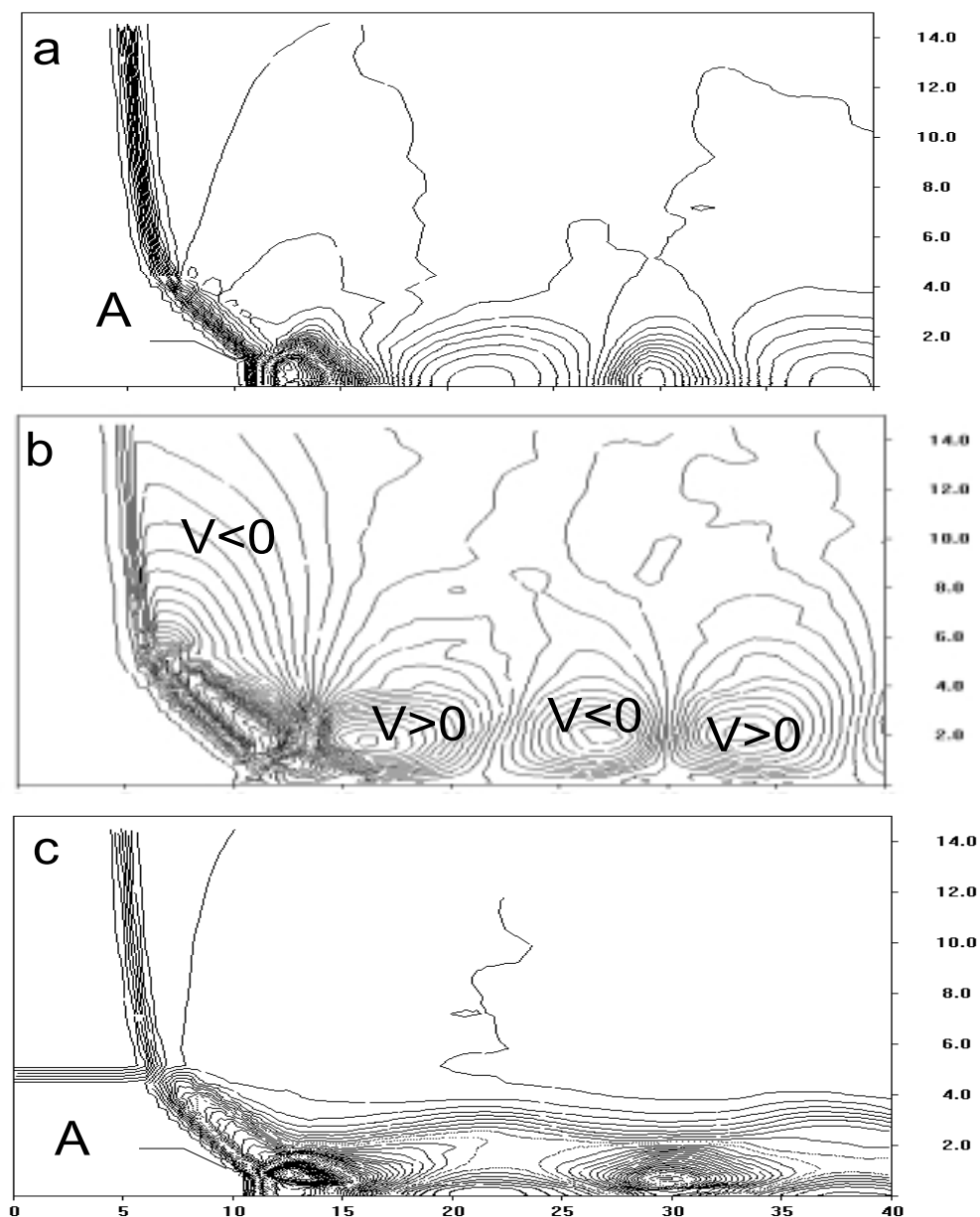


Рис. 7. Изолинии статического давления (а), вертикальной скорости (б) и плотности (с) в окрестности УВ для  $M_s = 3$ ,  $A = 1/2$ .

для разных чисел Маха УВ при толщине слоя  $h = 5$  мм. Время задержки определялось через расстояние между фронтом УВ и точкой, в которой отраженная УВ приходит на контактную поверхность. В этой точке (см. рис. 7) возникает положительная поперечная скорость, которая выбрасывает частицы пыли вверх. Анализ графика показывает, что данные одномерных расчетов при  $h=1$  мм,  $m_2 = 10^{-3}$  находятся в количественном соответствии с формулой [5]. В случае  $h = 5$  мм можно отметить хорошее количественное

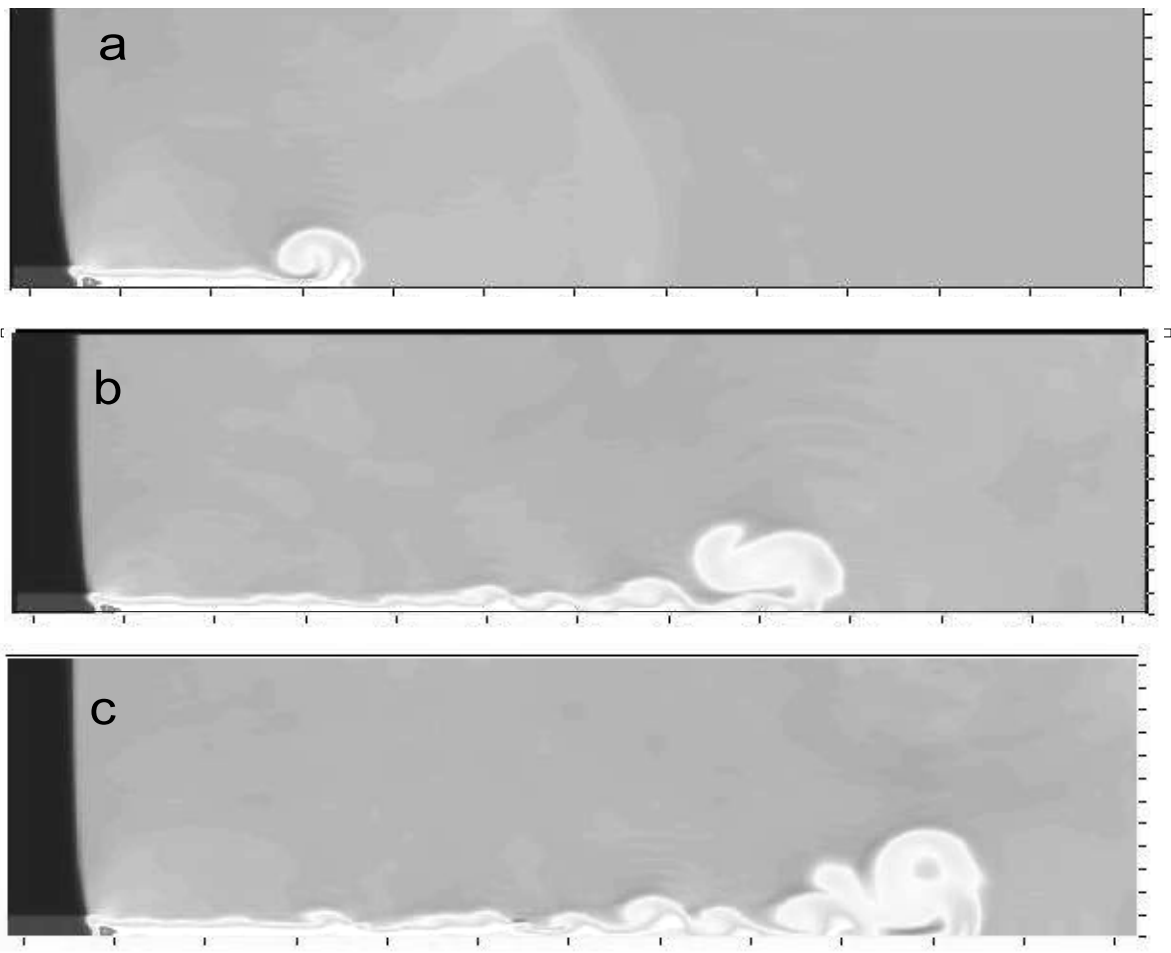


Рис. 8. Поля плотности для  $M_s = 2$ ,  $A = 1/3$  на различные моменты времени.

совпадение данных одномерных и двумерных расчетов между собой, но только качественное согласование расчетных данных с эмпирической формулой Джерарда. Рассогласование может быть вызвано тем фактом, что в формуле [5] не учитывается зависимость от начальной плотности слоя, которая, как показали и одномерные, и двумерные расчеты, влияет на волновую структуру. Данные о времени задержки подъема пыли для различных значений начальной концентрации пыли при  $M_s = 3$  представлены на рис. 9 маркерами различной формы. Видно, что расчетные данные верно передают тенденцию уменьшения времени задержки подъема пыли с ростом числа Маха УВ. Отметим, что объемная концентрация твердых частиц в экспериментах Джерарда была порядка 0.3, что существенно выше использованной в расчетах. Поэтому обоснованным представляется качественное сопоставление расчетов и экспериментов.

В результате проведенных расчетов выявлено три возможных механизма поднятия частиц пыли с твердой подложки. Первый связан с образованием области достаточно интенсивной положительной вертикальной скорости за искривленной УВ, что может привести к выбросу более крупных частиц вверх. На основе проведенных оценок расстояния от фронта УВ до области, в которой наблюдается положительная вертикальная скорость, при различных числах Маха показано, что это расстояние находится в качественном соответствии с эмпирической формулой [5]. Второй механизм подъема связан с нестационарным вихревым образованием, в которое сворачивается струя запыленного газа, распространяющаяся в чистый газ за УВ. Заметим, что расстояние от УВ до этого вихря увеличивается с течением времени и, следовательно, данный механизм не может быть использован для сравнения с эмпирическими данными по времени задержки подъема пыли. И, наконец, третий обнаруженный механизм, приводящий к подъему частиц вверх, связан с неустойчивостью Кельвина — Гельмгольца сдвигового слоя, развивающейся в стратифицированном слое под действием внутренних волн и внешних возмущений. Для уточнения особенностей развития неустойчивости и сопоставления с экспериментальными данными по высоте подъема частиц необходимы дальнейшие исследования.

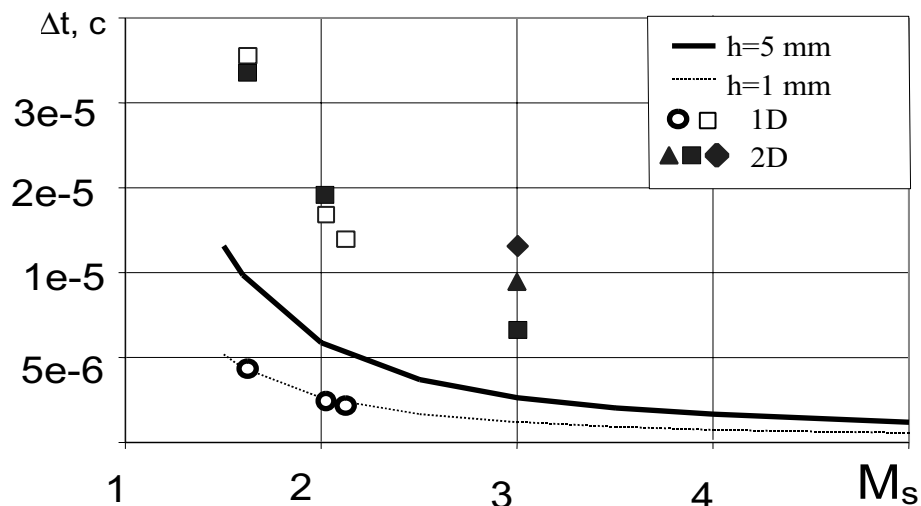


Рис. 9. Сопоставление времени задержки подъема пыли с эмпирической формулой Джерарда.

## Список литературы

- [1] Борисов А. А., Любимов А. В., Когарко С. М., Козенко В. П. О неустойчивости поверхности сыпучей среды при скольжении по ней ударных и детонационных волн // ФГВ. 1967. Т. 3, 1. С. 149–151.
- [2] Борисов А. А., Козенко В. ., Любимов А. В., Когарко С. М. Воспламенение порошкообразных горючих за ударными волнами // ФГВ. 1967. Т. 3, 2. С. 308–309.
- [3] Федоров А. В., Федорова Н. ., Федорченко И. ., Хмель Т. А., Гостеев Ю. А. Математическое моделирование динамических явлений в смесях газа и твердых частиц. Новосибирск, 2001. (Препр. / Ин-т теор. и прикл. механики СО РАН. 2–2001).
- [4] YABE T. An universal solver for hyperbolic equations for cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver // Computer Physics Communication. 1991. Vol. 66. P. 219–232.
- [5] GERRARD J. H. An experimental investigation of the initial stages of the dispersion of dust by shock waves // Brit. J. Appl. Phys. 1963. Vol. 14, No. 4. P. 186–192.