

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗЫМПУЛЬСНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СЛЕДОВ ЗА СФЕРОЙ

О.Ф. ВОРОПАЕВА

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: vorop@lchd.ict.nsc.ru

С применением полуэмпирических моделей турбулентности второго порядка выполнено численное моделирование динамики безымпурсного турбулентного следа за сферой в однородной покоящейся жидкости. Рассмотрено также течение в следе за сферой в турбулизованном, близком к изотропному, внешнем потоке. Результаты расчетов согласуются с известными экспериментальными данными. Хорошее совпадение по всем измеренным в лабораторных опытах характеристикам получено с применением модели Лаундера и др. (1994 г.), являющейся в настоящее время одной из наиболее полных полуэмпирических моделей второго порядка.

Изучение динамики турбулентных следов за телами, движущимися в несжимаемой однородной жидкости, относится к числу классических задач гидродинамики. Достаточно подробный обзор работ, посвященных этой теме, представлен в [1–6]. В [1, 2] выполнено детальное экспериментальное исследование безымпурсного турбулентного следа за сферой как в нетурбулизованном, так и турбулизованном, близком к изотропному, внешних потоках. Численные модели течения, основанные на неравновесной модификации $(\epsilon - \epsilon)$ — модели турбулентности [7], представлены в [3–6]. В этих работах проведено сопоставление с [1, 2] по ряду основных характеристик течения. Получено хорошее согласование численных и экспериментальных данных, продемонстрировано преимущество рассмотренных модификаций $(\epsilon - \epsilon)$ — модели турбулентности в сравнении с ее классическим вариантом. Вместе с тем, численные расчеты турбулентных следов в более сложных случаях (например, в неоднородной по плотности среде) показывают, что данные численные модели плохо описывают анизотропное вырождение турбулентности [8, 9]. Поэтому представляет интерес изучение динамики турбулентных следов с помощью более сложных математических моделей второго порядка. Эти модели, одной из которых является модель Лаундера и др. [10], основаны на привлечении дифференциальных уравнений переноса рейнольдсовых напряжений взамен упрощенных алгебраических соотношений.

В данной работе на примере задачи о развитии осесимметричного турбулентного следа в однородной жидкости анализируются три модели турбулентности второго порядка. В связи с тем, что в дальнейшем предполагается проведение численного моделирования динамики турбулентных следов в стратифицированной по плотности жидкости, задача рассматривается в трехмерной параболизованной постановке.

1. Постановка задачи

Турбулентное течение в следе за сферой может быть описано следующим осредненным уравнением движения в приближении дальнего следа [11]:

$$U_\infty \frac{\partial U_d}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \langle uv \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \langle uw \rangle. \quad (1)$$

Здесь и ниже приняты следующие обозначения: $u = u_1$, $v = v_2$, $w = u_3$ — пульсационные составляющие компонент скорости в направлении осей $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$; $U = U_1$, $V = U_2$, $W = U_3$ — соответствующие компоненты скорости осредненного движения. Система координат связана с телом так, что скорость его движения равна $-U_\infty$, ось z направлена вертикально вверх против силы тяжести; $U_d = U_\infty - U$ — дефект продольной горизонтальной компоненты скорости. Скобки $\langle \rangle$ обозначают осреднение. В правой части (1) слагаемые с множителями в виде коэффициентов ламинарной вязкости опущены как малые.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 01-01-00783).

© О.Ф. Воропаева, 2001.

Модели турбулентного движения. В уравнении (1) вследствие осреднения появляются неизвестные величины $\langle uv \rangle$ и $\langle uw \rangle$ — касательные компоненты тензора рейнольдсовых напряжений. Для их определения могут быть привлечены различные аппроксимации. Одна из наиболее полных современных моделей турбулентности второго порядка (Модель 1), представленная в работе [10], базируется на использовании дифференциального уравнения переноса компонент тензора рейнольдсовых напряжений:

$$U_\infty \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x} = P_{ij} + d_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij}. \quad (2)$$

Слагаемые P_{ij} , d_{ij} , ϕ_{ij} , ε_{ij} отвечают за порождение энергии турбулентности осредненным движением, диффузию, обменные и диссипативные процессы соответственно; здесь и ниже по повторяющимся индексам производится суммирование ($i, j = 1, 2, 3$).

Диффузионные и диссипативные слагаемые аппроксимируются следующим образом:

$$d_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k u_l \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_l} \right\}, \quad \varepsilon_{ij} = 2/3 \delta_{ij} \varepsilon,$$

где $e = \langle u_i u_i \rangle / 2$ — энергия турбулентности, ε — диссипация энергии турбулентности в тепло, $c_s = 0.22$ — эмпирическая постоянная, δ_{ij} — символ Кронекера. Выражение для P_{ij} имеет стандартный вид:

$$P_{ij} = - \left\{ \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\}.$$

Поскольку для данного течения производными величин по переменной x в правой части уравнений можно пренебречь ($k, l = 2, 3$) и $U_2 = U_3 \approx 0$, выражения для d_{ij} и P_{ij} упрощаются:

$$d_{ij} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle v^2 \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle vw \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial z} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle vw \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle w^2 \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial z} \right\},$$

$$P_{11} = 2 \left\{ \langle uv \rangle \frac{\partial U_d}{\partial y} + \langle uw \rangle \frac{\partial U_d}{\partial z} \right\}, \quad P_{22} = 0, \quad P_{33} = 0,$$

$$P_{12} = \langle v^2 \rangle \frac{\partial U_d}{\partial y} + \langle vw \rangle \frac{\partial U_d}{\partial z}, \quad P_{13} = \langle vw \rangle \frac{\partial U_d}{\partial y} + \langle w^2 \rangle \frac{\partial U_d}{\partial z}, \quad P_{23} = 0;$$

$$P = P_{ii}/2 = \langle uv \rangle \frac{\partial U_d}{\partial y} + \langle uw \rangle \frac{\partial U_d}{\partial z}.$$

Обменные слагаемые аппроксимируются, согласно [10], следующим образом:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij1} + \phi_{ij2},$$

$$\phi_{ij1} = -c_1 \varepsilon (a_{ij} + c'_1 (a_{ik} a_{jk} - 1/3 A_2 \delta_{ij})),$$

$$\phi_{ij2} = -0.6 (P_{ij} - 2/3 \delta_{ij} P) + 0.6 a_{ij} P - 0.2 B_{ij1} - c_2 [A_2 (P_{ij} - D_{ij}) + 3 a_{mi} a_{nj} (P_{mn} - D_{mn})] +$$

$$+ c'_2 \left\{ \left(\frac{7}{15} - \frac{A_2}{4} \right) (P_{ij} - 2/3 \delta_{ij} P) + 0.2 [a_{ij} - 0.5 (a_{ik} a_{kj} - 1/3 \delta_{ij} A_2)] P - 0.05 a_{ij} a_{lk} P_{kl} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.1}{e} [(\langle u_i u_m \rangle P_{mj} + \langle u_j u_m \rangle P_{mi}) - 2/3 \delta_{ij} \langle u_l u_m \rangle P_{ml}] + 0.1 B_{ij2} + 0.2 \frac{\langle u_l u_i \rangle \langle u_k u_j \rangle}{e^2} (D_{lk} - P_{lk}) \right\},$$

$$B_{ij1} = \frac{\langle u_k u_j \rangle \langle u_l u_i \rangle}{e} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right) - \frac{\langle u_l u_k \rangle}{e} \left(\langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right),$$

$$B_{ij2} = \left[\frac{\langle u_l u_i \rangle \langle u_k u_j \rangle}{e^2} - 1/3 \delta_{ij} \frac{\langle u_l u_m \rangle \langle u_k u_m \rangle}{e^2} \right] \left[6 D_{lk} + 13 e \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \right) \right],$$

$$D_{ij} = - \left(\langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right).$$

Здесь

$$c_1 = (3.75 A_2^{1/2} + 1) A, \quad c'_1 = 0.7, \quad c_2 = 0.55, \quad c'_2 = 0.6,$$

$$a_{ij} = (\langle u_i u_j \rangle - 2/3 \delta_{ij} e) / e \quad (a_{ij} = a_{ji}),$$

$$A_2 = a_{ij}a_{ji}, \quad A = 1 - 9/8(A_2 - A_3), \quad A_3 = a_{ij}a_{jk}a_{ki}.$$

Для вычисления скорости диссипации ε привлекается дифференциальное уравнение переноса в виде:

$$U_\infty \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[c_\varepsilon \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k u_l \rangle + \nu \delta_{kl} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{e} P - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{e}, \quad (3)$$

где $c_\varepsilon = 0.18$, $c_{\varepsilon 1} = 1.0$, $c_{\varepsilon 2} = 1.92/(1 + 0.7A_2^{1/2}A_{25})$, $A_{25} = \max(A, 0.25)$.

Таким образом, Модель 1 включает в себя, кроме уравнения (1) для определения дефекта продольной компоненты скорости U_d , дифференциальные уравнения (2) для величин $\langle u^2 \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle w^2 \rangle$, $\langle uv \rangle$, $\langle uw \rangle$, $\langle vw \rangle$, и (3) — для ε . Особенность Модели 1 составляют новые аппроксимации обменных слагаемых, а также замена универсальных эмпирических постоянных функциями компонент тензора анизотропии a_{ij} и его второго A_2 и третьего A_3 инвариантов.

Система уравнений Модели 1 является довольно сложной в реализации. Были рассмотрены две более простые модели течения. Модель 2 [12] также основана на использовании уравнения (2) для определения компонент тензора рейнольдсовых напряжений $\langle u_i u_j \rangle$. Ее отличие от Модели 1 заключается, во-первых, в упрощенном представлении диффузионных и обменных слагаемых:

$$d_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ c_s \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k u_k \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_k} \right\}, \quad (4)$$

$$\phi_{ij} = -c_1 \varepsilon a_{ij} - c_1'' (P_{ij} - 2/3 \delta_{ij} P), \quad (5)$$

где $c_s = 0.25$, $c_1 = 2.2$, $c_1'' = 0.55$. Во-вторых, изменяется также уравнение (3):

$$U_\infty \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[c_\varepsilon \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k u_k \rangle \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{e} P - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{e}. \quad (6)$$

В уравнении (6) значения эмпирических констант полагаются равными [12]: $c_\varepsilon = c_s/\sigma$, $\sigma = 1.3$, $c_{\varepsilon 1} = 1.44$, $c_{\varepsilon 2} = 1.92$.

Модель 3 является упрощением Модели 2 в части аппроксимации касательных рейнольдсовых напряжений $\langle vw \rangle$, $\langle uv \rangle$, $\langle uw \rangle$, для которых используются алгебраические соотношения Роди [7]:

$$\frac{\langle u_i u_j \rangle}{e} = \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{1 - c_2}{c_1} \left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P}{\varepsilon} \right). \quad (7)$$

При этом уравнение (1) преобразуется к виду

$$U_\infty \frac{\partial U_d}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial U_d}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial U_d}{\partial z}, \quad (8)$$

где коэффициенты турбулентной вязкости определяются соотношениями:

$$K_y = \frac{1 - c_2}{c_1} \frac{e \langle v^2 \rangle}{\varepsilon}, \quad K_z = \frac{1 - c_2}{c_1} \frac{e \langle w^2 \rangle}{\varepsilon}, \quad c_1 = 2.2, \quad c_2 = 0.5. \quad (9)$$

В результате Модель 3 состоит из уравнений (8) для U_d , (6) для ε , уравнений вида (2) для определения $\langle u^2 \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle w^2 \rangle$ с учетом алгебраических соотношений (4), (5), (7), (9). Значения эмпирических констант такие же, как в Модели 2.

Выбор Модели 3 обусловлен следующим обстоятельством. Модель 3 является одной из четырех моделей, использованных в работе [13] для решения задачи о безимпульсном турбулентном следе в линейно стратифицированной среде. При сопоставлении результатов расчетов с лабораторными измерениями Линя и Пао [8] было показано, что Модель 3 лучше описывает анизотропное вырождение турбулентности в таком течении, чем, в частности, упрощенные модели с алгебраическими аппроксимациями всех напряжений Рейнольдса.

Начальные и граничные условия. В качестве начальных распределений искомых величин U_d , e , ε , $\langle u^2 \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle w^2 \rangle$ на расстоянии $x = x_0$ от тела используются данные, полученные в лабораторных экспериментах В.А. Костомахой и Н.В. Лесновой [1, 2]; $\langle vw \rangle$, $\langle uv \rangle$, $\langle uw \rangle$ определяются следующим образом:

$$\langle vw \rangle = 0, \quad \langle uv \rangle = \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial U_d}{\partial y}, \quad \langle uw \rangle = \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial U_d}{\partial z}.$$

На бесконечности в случае покоящейся среды задаются нулевые граничные условия, которые при численной реализации из бесконечности переносятся на границы достаточно большой прямоугольной области $-Y \leq y \leq Y$, $-Z \leq z \leq Z$. В задаче о динамике следа за сферой в турбулизованном внешнем потоке на границах ставятся условия Неймана.

Принимая во внимание свойства симметрии переменных задачи относительно начала координат, численные расчеты выполнялись лишь в первом квадранте плоскости (y, z) с постановкой на осях соответствующих условий симметрии (антисимметрии). Исключение составляет величина U_d , для которой решение уравнения проводилось вплоть до границы с учетом соображений симметрии [15]. Это связано с тем, что в данной задаче особое значение имеет выполнение закона сохранения импульса.

Обезразмеривание. Переменные задачи обезразмериваются с применением масштаба длины D — диаметра тела и масштаба скорости U_∞ — скорости набегающего потока. При этом обезразмеренные переменные представляются в следующем виде: $x'_i = x_i/D$, $U'_i = U/U_\infty$, $\langle u_i u_j \rangle' = \langle u_i u_j \rangle / U_\infty^2$, $e' = e/U_\infty^2$, $\varepsilon' = \varepsilon D / U_\infty^3$.

Алгоритм решения задачи и его тестирование. Конечно-разностный алгоритм основан на применении методов расщепления по пространственным переменным [16]. Его принципиальные моменты, а также результаты тестирования подробно описаны в [15] на примере одной из модифицированных $(e - \varepsilon)$ — моделей турбулентности. В связи с этим рассмотрим лишь некоторые особенности алгоритма, связанные с усложненностью используемых в данной работе математических моделей, в частности, Модели 1.

Решение уравнения (1) во всех описанных моделях проводится по схеме расщепления с использованием центрально-разностных аппроксимаций. Для численного интегрирования других уравнений, входящих в Модель 1, привлекается схема стабилизирующей поправки. Уравнения Моделей 2 и 3, в которых из-за упрощения диффузионных слагаемых отсутствуют смешанные производные, решаются по схеме расщепления.

Для проверки работоспособности математических моделей выполнено сопоставление численных и экспериментальных [1, 2] данных. Достоверность численных расчетов подтверждается также сходимостью решений, полученных на последовательности вложенных конечно-разностных сеток. Результаты этих сравнений будут представлены ниже.

Основные расчеты проводились в области размером $6D \times 6D$ на сетке с числом узлов 100×100 . Шаг сетки в направлении осей y и z выбирался равным $0.04D$ в прямоугольнике размером $2D \times 2D$, а далее увеличивался в геометрической прогрессии; шаг по переменной x изменялся от значения $0.0075D$ до $0.375D$ с шагом $0.0075D$. Для оценки точности выполнялись расчеты на сетке с количеством узлов 200×200 и вдвое меньшим размером шагов. Полученные отклонения не превышали 5% в равномерной сеточной норме.

Особое внимание уделялось контролю за выполнением закона сохранения импульса, который для случая безимпульсного турбулентного движения записывается в следующем виде:

$$I = \iint_{-\infty}^{\infty} U_d dydz = \iint_{-\infty}^{\infty} U_d(x_0, y, z) dydz = 0.$$

Расчеты показывают, что для всех рассмотренных моделей суммарный избыточный импульс мало меняется с ростом расстояния от тела x/D , и его значения близки к нулю. Так, при использовании Модели 1 в задаче о следе в покоящейся жидкости для значений x/D , равных 10, 50, 100, 150, получены следующие значения суммарного импульса I' : 1.22×10^{-11} , 1.14×10^{-10} , 7.73×10^{-11} , 2.63×10^{-11} . Эти данные демонстрирует консервативность численного алгоритма по отношению к закону сохранения импульса. Аналогичное поведение величины I отмечено и в задаче о развитии следа в турбулизованном внешнем потоке.

2. Результаты расчетов

1. Выполнена серия численных расчетов, в которых описанные математические модели используются для изучения динамики безимпульсного турбулентного следа за сферой, движущейся в покоящейся однородной жидкости. Начальные распределения e , ε , U_d , $\langle u^2 \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle w^2 \rangle$ задавались на расстоянии $x = 10D$ от тела из экспериментальных данных [1, 2] (они приводятся также в [6]). Основные результаты этих расчетов иллюстрируют рис. 1–3 (здесь и всюду ниже на рисунках приведены обезразмеренные значения; экспериментальные данные помечены маркерами, расчеты — линиями).

На рис. 1 представлено изменение осевых значений энергии турбулентности $e_0 = e(x, 0, 0)$ (рис. 1, а), дефекта скорости $U_{d0} = U_d(x, 0, 0)$ (рис. 1, б) и скорости диссипации $\varepsilon_0 = \varepsilon(x, 0, 0)$ (рис. 1, в) в зави-

симости от расстояния от тела. На рис. 2 изображены значения нормальных напряжений Рейнольдса $\langle u^2 \rangle_0 = \langle u^2(x, 0, 0) \rangle$ (рис. 2, а), $\langle v^2 \rangle_0 = \langle v^2(x, 0, 0) \rangle$ (рис. 2, б) и $\langle w^2 \rangle_0 = \langle w^2(x, 0, 0) \rangle$ (рис. 2, в). Линии 1–3 соответствуют Моделям 1–3. На рис. 3 приведены горизонтальный H_1 (в плоскости, ортогональной направлению движения тела) и вертикальный H_2 размеры турбулентного следа. Значения H_1 , H_2 определяются из соотношений: $\langle u^2(x, H_1, 0) \rangle^{1/2} = 1/2 \langle u^2 \rangle_0^{1/2}$, $\langle u^2(x, 0, H_2) \rangle^{1/2} = 1/2 \langle u^2 \rangle_0^{1/2}$. Поскольку рассматривается след в однородной жидкости, то величины H_1 и H_2 близки между собой, а линиями с цифрами 1–3 помечены значения H_1 и H_2 , соответствующие Моделям 1–3. Для сравнения с данными [3–6] на рис. 1 и 3 представлены некоторые результаты расчетов по модели, аналогичной использованной в этих работах (кривые 4).

Результаты расчетов по всем трем моделям удовлетворительно согласуются с данными экспериментов [1, 2], а также с численными расчетами [3–6]. Существенные отклонения имеются лишь в распределении дефекта продольной компоненты скорости. При этом основные характеристики течения в следе, полученные по Модели 1, наиболее близки к экспериментальным данным. Это связано, очевидно, с более детальным воспроизведением в этой модели обменных процессов и использованием вместо констант эмпирических функций.

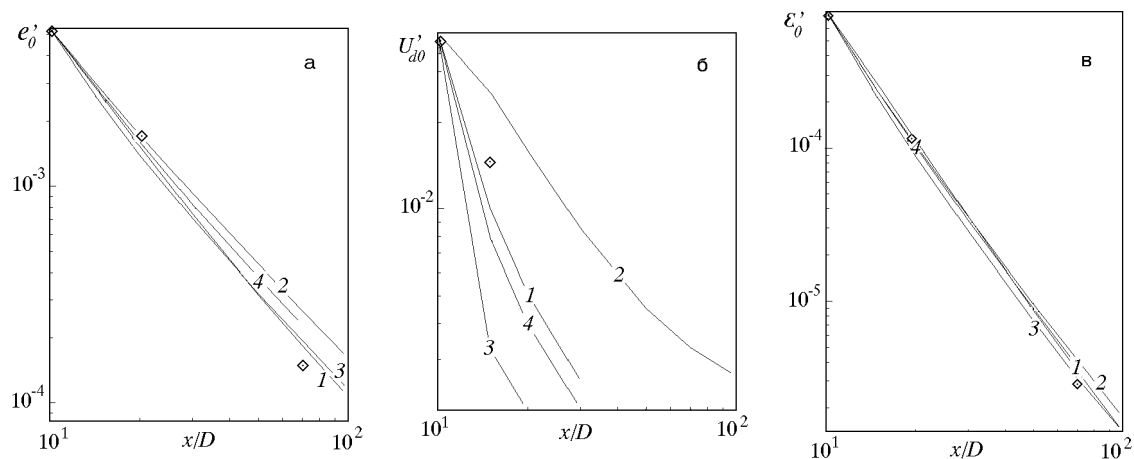


Рис. 1. Вырождение энергии турбулентности (а), дефекта скорости (б) и скорости диссипации (в) на оси следа в покоящейся жидкости.

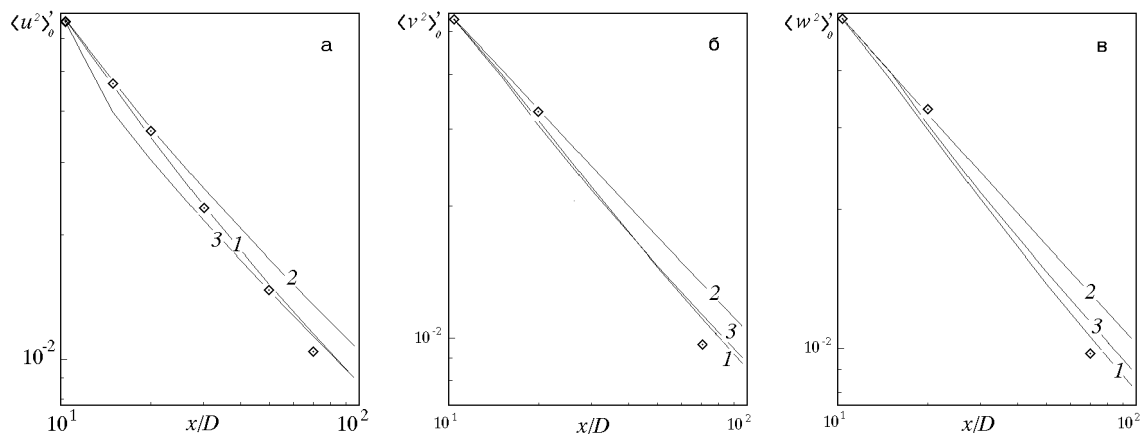


Рис. 2. Вырождение нормальных реинольдсовых напряжений на оси следа в покоящейся жидкости.

2. Рассматривалась также задача о динамике безимпульсного турбулентного следа за сферой, движущейся в условиях близкого к изотропному турбулентного фона. Начальные распределения e , ε , U_d задавались на расстоянии $x = x_0 = 20D$ от тела из экспериментальных данных [1, 2]. Величины $\langle u_i^2(x_0, y, z) \rangle$ ($i = 1, 2, 3$) из-за отсутствия соответствующих экспериментальных значений определялись из соотношения $\langle u_i^2 \rangle = 2/3e$.

На рис. 4 представлено изменение в зависимости от расстояния от тела безразмерных осевых

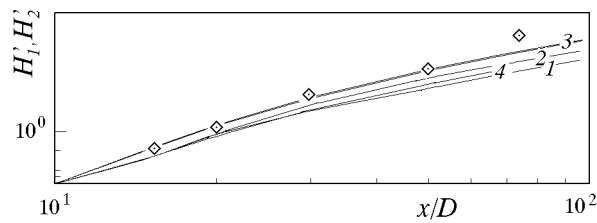


Рис. 3. Изменение горизонтального H_1 и вертикального H_2 размеров следа в покоящейся жидкости

значений энергии турбулентности ϵ_0 (рис. 4, а), дефекта скорости U_{d0} (рис. 4, б), скорости диссипации энергии турбулентности ϵ_0 (рис. 4, в). Линии 1–3 соответствуют Моделям 1–3.

Рис. 5 иллюстрируют распределение дефекта скорости $U_d^* = U_d(x_*, y^*, 0)/U_{d0}$ ($y^* = y/H_1(x_*)$). Здесь горизонтальный размер следа H_1 определяется по половине от осевого значения энергии турбулентности ϵ_0 . Рисунки под буквами а, б, в соответствуют расчетам по Моделям 1, 2 и 3. На каждом из этих рисунков приведены данные для сечения плоскостью $x_* = 60D$. Результаты расчетов с использованием Модели 1 довольно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Близкие к ним по величине осевые значения энергии турбулентности, дефект скорости и диссипация получены также по Модели 3. Модель 2 дает весьма существенные погрешности в распределении энергии турбулентности, диссипации и дефекта скорости. Вместе с тем, осевые значения энергии турбулентности, диссипации и нормальных рейнольдсовых напряжений могут определяться с использованием Модели 2 с достаточной степенью точности.

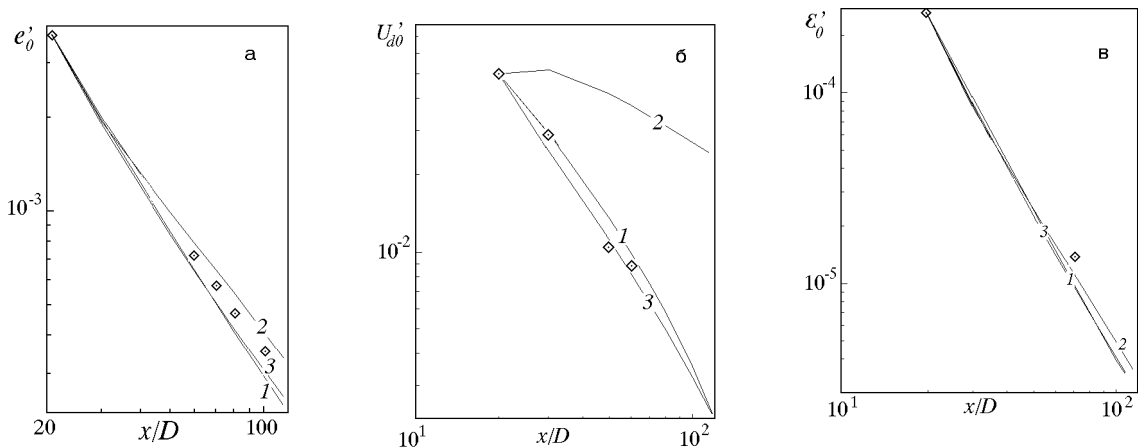


Рис. 4. Вырождение энергии турбулентности (а), дефекта скорости (б) и скорости диссипации (в) на оси следа при наличии турбулизованного фона.

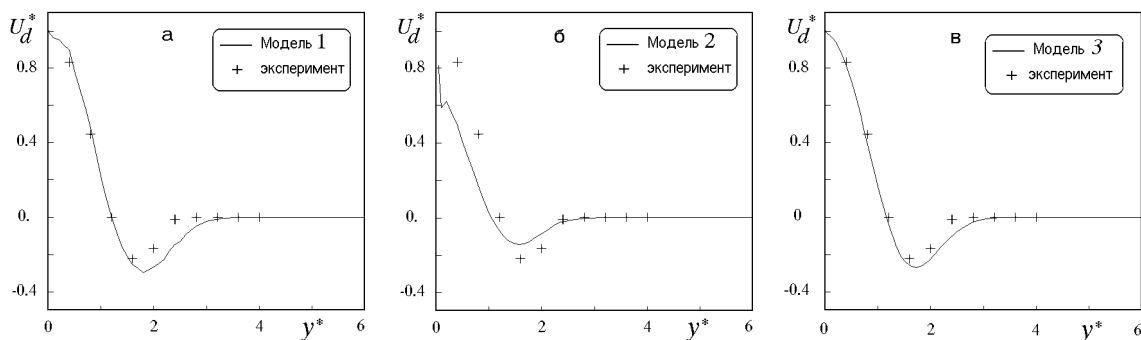


Рис. 5. Распределение дефекта скорости $U_d(x_*, y/H_1, 0)$ в сечении плоскостью $x_* = 60D$ при движении сферы в турбулизованной жидкости.

Таким образом, основные результаты работы состоят в следующем. С использованием полуэмпирических моделей второго порядка выполнено численное моделирование динамики турбулентных следов за сферой в однородной покоящейся и турбулизованной средах. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Показано, что модель Лаундера и др. [10] обладает рядом преимуществ в сравнении с достаточно часто используемыми более простыми моделями турбулентного движения.

Список литературы

- [1] АЛЕКСЕНКО Н. В., КОСТОМАХА В. А. Экспериментальное исследование осесимметричного безымпulsive турбулентного струйного течения // ПМТФ. 1987. № 1. С. 65–69.
- [2] АЛЕКСЕНКО Н. В., КОСТОМАХА В. А. Экспериментальное исследование динамики безымпulsive турбулентного следа в турбулизованном внешнем потоке // Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1988. Вып.81. С. 14–24.
- [3] ФЕДОРОВА Н. Н., ЧЕРНЫХ Г. Г. О численном моделировании безымпulsive турбулентного следа за сферой. Моделирование в механике. 1992. Т. 6 (23). № 1. С. 129–140.
- [4] ФЕДОРОВА Н. Н., ЧЕРНЫХ Г. Г. О численном моделировании осесимметричных турбулентных следов. Моделирование в механике. 1992. Т. 6 (23). 3. С. 141–159.
- [5] ДЕМЕНКОВ А. Г., ЧЕРНЫХ Г. Г. О численном моделировании струйных течений вязкой несжимаемой жидкости. Вычислительные технологии. 1995. Т. 4. № 12. С. 119–131.
- [6] CHERNYKH G. G., DEMENKOV A. G. Numerical models of jet flows of a viscous incompressible fluid. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1997. Vol. 12. No. 2. P. 111–125.
- [7] RODI W. The prediction of free turbulent boundary layers by use of two-equation model of turbulence. Ph. D. Thesis: University of London. 1972. 310 p.
- [8] LIN J. T., PAO Y. H. Wakes in stratified fluids. Annu. Rev. Fluid Mech. 1979. Vol. 11. P. 317–336.
- [9] CHERNYKH G. G., DEMENKOV A. G., MOSHKIN N. P., VOROPAYEVA O. F. Numerical models of turbulent wakes in homogeneous and stratified fluids// Proceed. of the Third ECCOMAS CFD Conf., 9–13 Sept., 1996, Paris, J. Wiley and Sons, P. 161–166.
- [10] CRAFT J. J., INCE N. Z., LAUNDER B. E. Recent developments in second-moment closure for buoyancy-affected flows // Preprints of the Fourth Int. Symp. on Stratified Flows. Grenoble Inst. of Mech. Grenoble. General session. 1994. 2. P. 16.
- [11] ХИЦЕ И. О. Турбулентность. М.: Мир, 1977.
- [12] M. M. GIBSON B. E. Launder. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. J. Fluid Mech. 1978. Vol. 86, P. 491–511.
- [13] CHERNYKH G. G., VOROPAYEVA O. F. Numerical modeling of momentumless turbulent wake dynamics in a linearly stratified medium. Computers and Fluids. 1999. Vol. 28. P. 281–306.
- [14] RODI W. A new algebraic relation for calculation the Reynolds stresses. ZAMM. 1976. Vol. 56. P. 219–221.
- [15] ВОРОПАЕВА О. Ф., ЧЕРНЫХ Г. Г. Численная модель динамики безымпulsive турбулентного следа в пикноклине. ПМТФ. 1997. Т. 38, № 3, С. 69–86.
- [16] ЯНЕНКО Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1967, 195 с.