

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИКАТОДНЫХ И МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОДУГОВОМ ПЛАЗМОТРОНЕ В УСЛОВИЯХ ТЕРМИЧЕСКОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ

А. Д. РЫЧКОВ, В. В. САЛОМАТОВ

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: rych@ict.nsc.ru

Проведено численное моделирование процессов в электродуговом плазмотроне при работе на аргоне. В построенной математической модели была учтена термическая неравновесность плазмы, турбулентный характер ее течения, а также прикатодные процессы. В результате удалось замкнуто описать работу устройства без необходимости привлечения дополнительных экспериментальных данных о прикатодной области разряда.

Введение

Методом математического моделирования исследуется задача об осесимметричном закрученном течении аргоновой плазмы в канале электродугового плазмогенератора. Конструкция плазмогенератора показана на рис. 1.

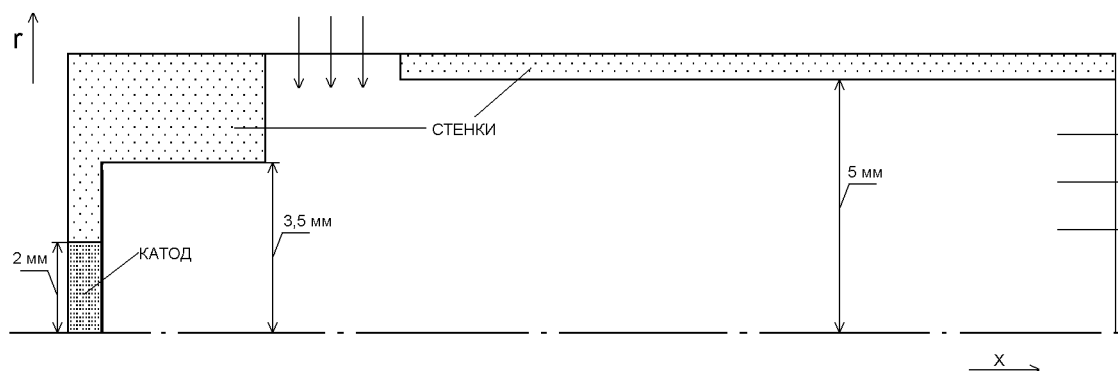


Рис. 1. Конструкция плазмогенератора.

Главной целью математического моделирования являлось изучение детальной газодинамической картины течения, а также процессов в прикатодной области. Кроме того, учитывалось влияние конвективного теплообмена, термической неравновесности и турбулентного характера течения плазмообразующего газа в канале плазмогенератора.

1. Математическая модель

Математическое описание базировалось на магнитогидродинамическом подходе к плазме как к сплошной среде на основе уравнений газовой динамики, уравнений Максвелла и связей для термодинамических параметров в ионизированном газе.

Модель была записана с учетом следующих предположений:

- плазма предполагается квазинейтральной.
- течение плазмы осесимметрическое стационарное.
- в плазме справедлив закон Ома в простейшей форме $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
- плазма рассматривается как совокупность тяжелых частиц (атомов, ионов) и электронов, при этом каждая из сред характеризуется своей собственной температурой (двухтемпературное приближение).
- излучением плазмы пренебрегалось

— механизм эмиссии электронов предполагался термоэмиссионным, подчиняющимся закону Ричардсона.

— в прикатодном слое пространственного заряда используется соотношение Маккоуна.

Система дифференциальных уравнений, записанных в цилиндрической системе координат включает в себя уравнения для определения ионизационного и термического состояния плазмы, осредненные по Рейнольдсу уравнения движения для среды в целом, уравнения $k - \varepsilon$ модели турбулентности и уравнения для определения электрических характеристик дуги:

Уравнение непрерывности для электронов:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial(n_e u_e)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r n_e v_e)}{\partial r} = K_r n_e (K_{ci} n_a - n_i n_e).$$

Уравнение энергии легких частиц (электронов):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[n_e \left(\frac{3}{2} k T_e + U_I \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[n_e u_e \left(\frac{5}{2} k T_e + U_I \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r n_e v_e \left(\frac{5}{2} k T_e + U_I \right) \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right] + \sigma E^2 - \frac{3}{2} B_{ea} (T_e - T). \end{aligned}$$

Уравнение энергии тяжелых частиц (ионы и атомы):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[(n_i + n_a) \frac{3}{2} k T \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(n_i + n_a) u \frac{3}{2} k T \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (n_i + n_a) v \frac{3}{2} k T \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{3}{2} B_{ea} (T_e - T). \end{aligned}$$

Выражения для скоростей электронов с учетом дрейфа, амбиполярной диффузии и термодиффузии:

$$\begin{aligned} u_e = u + u_d + u_{ad} + u_T = u + \frac{j_x}{e n_e} - \frac{D_{ad}}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} - \frac{D_{ad}}{2 T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x}, \\ v_e = v + v_d + v_{ad} + v_T = v + \frac{j_r}{e n_e} - \frac{D_{ad}}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{D_{ad}}{2 T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r}. \end{aligned}$$

Условие квазинейтральности:

$$n_e = n_i.$$

Закон Дальтона:

$$p = n_e k T_e + (n_i + n_a) k T.$$

Выражения для коэффициентов переноса и термодинамических свойств:

$$K_{ci} = \frac{2 Z_i}{Z_a} \left(\frac{2 \pi m_e k T_e}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{U_I}{k T_e} \right), \quad K_r = 1.29 * 10^{-44} \left(2 + \frac{U_*}{k T_e} \right) \exp \left(\frac{U_I - U_*}{k T_e} \right),$$

$$\lambda_e = \frac{n_e k^2 T_e}{m_e \nu_e} K_\lambda, \quad \sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \nu_e} K_\sigma, \quad \nu_e = \sqrt{\frac{8 k T_e}{\pi m_e}} (n_a Q_{ea} + n_i Q_{ei}),$$

$$B_{ea} = k n_e \nu_e \delta_{eff}, \quad \delta_{eff} \approx \delta_e = \frac{2 m_e}{m_a}, \quad \rho = m_a (n_i + n_a).$$

Здесь Q_{ei}, Q_{ea} — транспортные сечения передачи импульса между электронами и ионами, электронами и атомами соответственно, m_a, m_e — масса атома и электрона.

Уравнение неразрывности для плазмы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0.$$

Уравнения движения:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + j_r B_\phi + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \tau_{xr})}{\partial r}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} - j_x B_\phi + \frac{\rho w^2}{r} + \frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \tau_{rr})}{\partial r} - \frac{\tau_{\phi\phi}}{r},$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v w)}{\partial r} = -\frac{\rho v w}{r} + \frac{\partial \tau_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 \tau_{r\phi})}{\partial r}.$$

Компоненты тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu_g \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu_g \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) - \frac{2}{3}\rho k, & \tau_{x\phi} &= \mu_g \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{rr} &= 2\mu_g \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu_g \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) - \frac{2}{3}\rho k, & \tau_{r\phi} &= \mu_g \left(r \frac{\partial(w/r)}{\partial r} \right), \\ \tau_{\phi\phi} &= 2\mu_g \frac{v}{r} - \frac{2}{3}\mu_g \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) - \frac{2}{3}\rho k, & \tau_{xr} &= \mu_g \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Уравнения $k - \varepsilon$ модели турбулентности модифицированные для расчетов осесимметричных закрученных течений:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uk)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v k)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_g}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu_g}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G_{turb} - \rho \varepsilon,$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \varepsilon)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \varepsilon)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_g}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu_g}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + C_{\varepsilon 1}^* \frac{\varepsilon}{k} G_{turb} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k},$$

где $C_{\varepsilon 1}^* = C_{\varepsilon 1}(1 + C_{\varepsilon 4} Ri)$, $C_{\varepsilon 4} = 0.9$, $\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$, $\mu_g = \mu + \mu_t$,

$$Ri = \frac{-2 \langle u'_r u'_\phi \rangle w / r}{(- \langle u'_x u'_r \rangle \frac{\partial u}{\partial r} - r \langle u'_r u'_\phi \rangle \frac{\partial(w/r)}{\partial r})}.$$

Уравнение для определения электрических характеристик дуги (выраженное условием потенциальности для функции электрического тока I в цилиндрической системе координат [1])

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r\sigma} \frac{\partial I}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\sigma} \frac{\partial I}{\partial r} \right) = 0,$$

где $I = \frac{2\pi r B_\phi}{\mu_0}$ — функция электрического тока, а компоненты напряженности электрического поля определяются с помощью

$$E_r = -\frac{1}{2\pi r \sigma} \frac{\partial I}{\partial x}, \quad E_x = \frac{1}{2\pi r \sigma} \frac{\partial I}{\partial r}.$$

Система уравнений дополнялась граничными условиями следующего вида:

На входной границе: $k = k$, $\varepsilon = \varepsilon$, $u = u$, $v = v$, $w = w$, $T = T$, $T_e = T_e$, $n_e = n_e$;

На выходной границе: давление задано, граничные условия для нормальной компоненты вектора скорости в выходном сечении задавались таким образом, чтобы обеспечивать баланс массы в расчетной области. Нормальные градиенты для всех остальных переменных полагались равными нулю;

На оси симметрии: $v = 0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ для всех остальных переменных;

На стенках: задаются условия непротекания для компонент вектора скорости. Температура, а также значения для k , ε и тангенциальной компоненты вектора скорости определяются с использованием пристеночных функций [6].

Для функции электрического тока I задавались следующие условия:

на катоде — $I|_r = \int j_n r dr$,

на оси симметрии — $I = 0$,

на внешних границах и стенках — $I = I_0$, где I_0 — полный ток дуги,

на выходной границе — $\frac{\partial I}{\partial n} = 0$.

Значения для плотности электрического тока на катоде рассчитывались на основе балансовой модели катодных процессов [2, 3], как сумма плотности термоэмиссионного электронного и ионного тока за вычетом тока обратных электронов $j = j_{em} + j_i - j$

$$j_{em} = \frac{4\pi m_e T_k^2}{eh^3} \exp\left(-\frac{e(\phi_k - \delta\phi_k)}{kT_k}\right), \quad j_i = \frac{1}{4} en_i \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_a}},$$

$$j = \frac{1}{4} en_e \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \exp\left(-\frac{eU_k}{kT_e}\right), \quad \delta\phi_k = \sqrt{4e \left[\frac{\pi}{2} j_i \left(\frac{2m_i}{e}\right)^{1/2} \right]^{1/2} U_k^{1/4}}.$$

Здесь ϕ_k — работа выхода материала катода (эВ), $\delta\phi_k$ — понижение работы выхода в результате эффекта Шоттки, U_k — падение потенциала в слое объемного заряда, T_k — температура поверхности катода.

Значение теплового потока на границе с катодом находилось из условий баланса энергий в прикатодном слое с учетом энергии приносимой на поверхность катода ионами и обратными электронами, энергии отводимой в катод теплопроводностью, а также энергии, которая тратится эмиссионными электронами. Релаксация электронов эмиссии в плазме не рассматривалась

$$j_i(U_k + 2kT_i/e + U_I - \phi_k) + j(\phi_k + 2kT_k/e) = \lambda_k \frac{dT_k}{dx} + j_{em}(\phi_k + 2kT_k/e).$$

Распределение температуры в теле катода определялось из решения уравнения теплопроводности. На внешних границах катода температура фиксировалась

$$\nabla(\lambda_k \nabla T_k) = 0.$$

Дискретизация уравнений проводилась методом контрольного объема на неравномерной прямоугольной сетке в естественных переменных (компоненты вектора скорости и давление) с использованием вариации процедуры SIMPLE [5] на неразнесенных сетках (все переменные определяются в центрах ячеек сетки). При аппроксимации потоков через грани контрольных объемов для обеспечения консервативности разностной схемы использовалась согласованная аппроксимация. Для предотвращения осцилляций давления, применялась интерполяция Рая-Чоу [8]. При аппроксимации конвективных членов использовалась противопоточная разностная схема QUICK [7], имеющая третий порядок аппроксимации на гладких решениях. Во избежание расширения шаблона разностной схемы дополнительные слагаемые, соответствующие влиянию отстоящих более чем на одну ячейку точек, выносились в правую часть разностного уравнения и аппроксимировались явно. Разностные уравнения решались высокоэффективным методом Булеева [4].

2. Результаты расчетов

Расчеты проводились для аргона при атмосферном давлении. Разрядная камера устройства имела радиус 5 мм, длину — 25 мм и толщину стенок 1 мм. Расход газа G во входном сечении размером 3 мм задавался равным 3 г/сек. Радиус углеродного катода — 2 мм. При расчетах использовались сетки размером 104 x 48, 208 x 96 и 416 x 192.

На рис. 2 приведено сравнение профилей температур вдоль оси устройства для различных значений силы тока. Видно, что вблизи катода температура электронов всегда выше температуры тяжелых частиц. По мере удаления от катода разница между температурой электронов и тяжелых частиц становится незначительной. При этом, чем больше ток дуги, тем тоньше зона выравнивания температур.

Размер катодного пятна, который определялся из условия прохождения 90 % тока, для различных значений тока дуги приведен в табл. 1. Это согласуется с экспериментально установленной в [3] зависимостью $r_s \approx I^{0.34}$.

Т а б л и ц а 1

Зависимость радиуса катодного пятна
от полной силы тока дуги

Полный ток I (А)	Радиус пятна (мм)
100	1.23
200	1.57
300	1.81

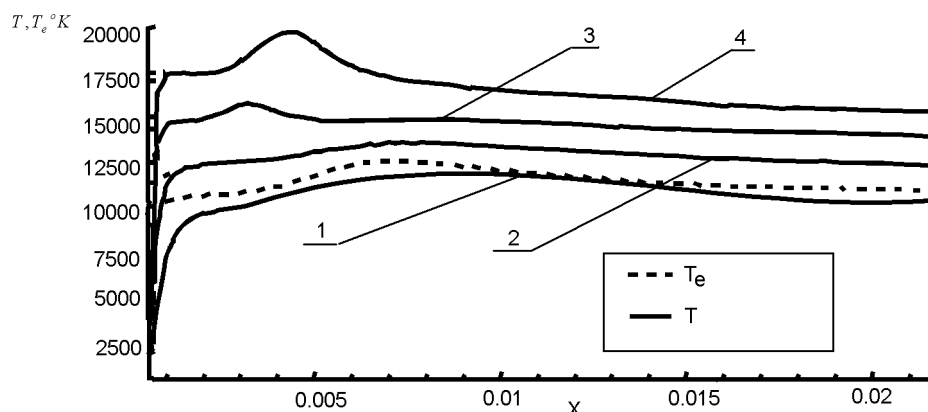


Рис. 2. Сравнение температур вдоль оси устройства ($G = 3$ г/сек, $I = 50$ А(1), 100 А(2), 200 А(3), 300 А(4)).

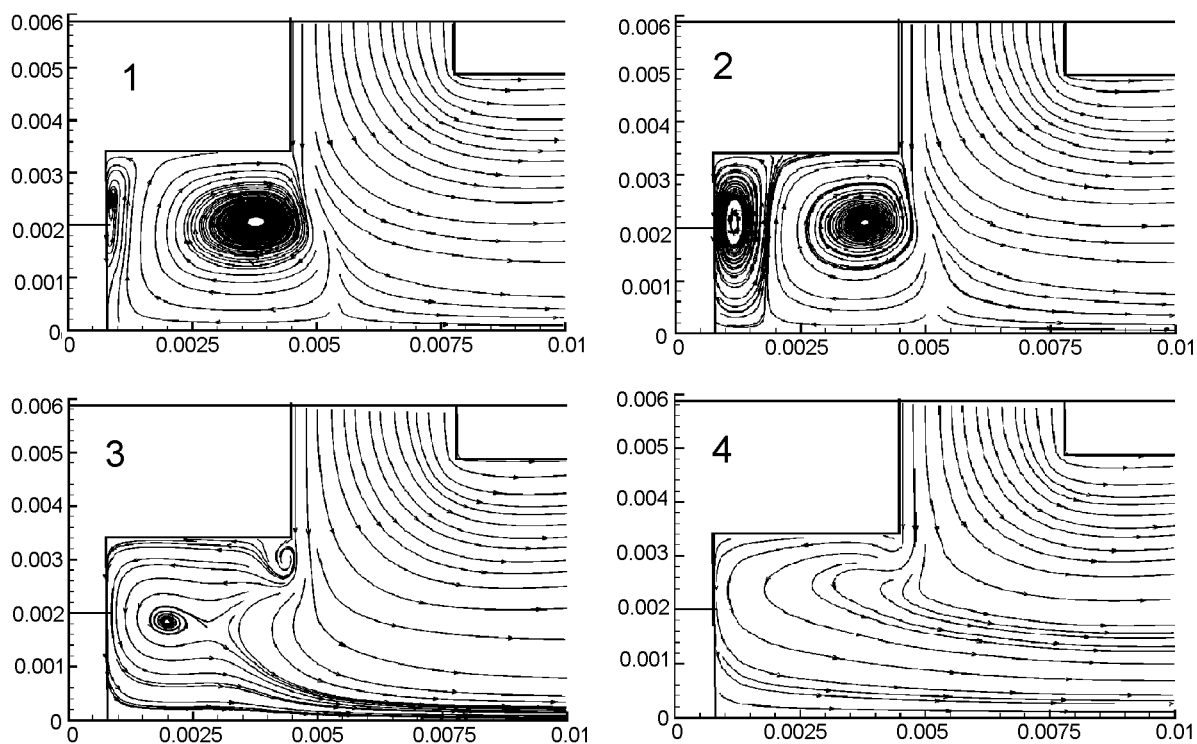


Рис. 3. Линии тока газа $I = 100$ А. 1 — $w = 0$ м/с (без закрутки); 2 — $w = 4$ м/с; 3 — $w = 10$ м/с; 4 — $w = 30$ м/с.

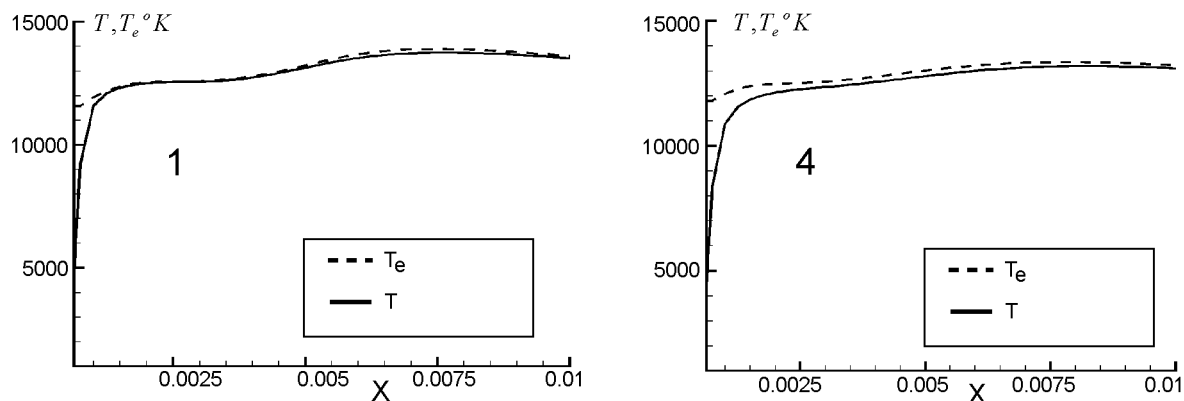


Рис. 4. Температура электронов T_e и температура тяжелых частиц T при $I = 100$ А вдоль оси дуги для различных параметров закрутки течения. 1 — $w = 0$ м/с (без закрутки); 4 — $w = 30$ м/с.

Закрутка оказывает существенное влияние на картину течения рис. 3, однако ее влияние на параметры в прикатодной области и поле температур незначительно рис. 4. Как видно из сравнения проведенного на рис. 3 с ростом закрутки течения вихрь прилегающий к катоду занимает все большую область и при закрутке с $w = 10$ м/с сливается с основным течением. При дальнейшем увеличении закрутки тороидальный вихрь исчезает совсем.

Таким образом была разработана и апробирована замкнутая модель для расчета процессов в электродуговых генераторах плазмы с учетом термической неравновесности. Модель не требует привлечения экспериментально получаемой дополнительной информации о прикатодной области разряда. Результаты расчетов качественно совпадают с экспериментальными данными. Это позволяет применять данную модель для расчетов электродуговых генераторов плазмы и поиска путей дальнейшего совершенствования их технико-экономических показателей.

Список литературы

- [1] Жайнаков А., Лелевкин В. М., Мечев В. С., Семенов В. Ф., Урусов Р. М. Электрическая дуга-генератор низкотемпературной плазмы. Бишкек: Ин-т физики. Илим, 1990.
- [2] Зимин А. М., Назаренко И. П., Паневин И. Г., Хвесюк В. И. Математическое моделирование катодных процессов. Новосибирск: ВО Наука. Сибирская издательская фирма, 1993.
- [3] Жуков М. Ф., Пустогаров А. В., Дандарон Г.-Н. Б., Тимошевский А. Н. Термохимические катоды. Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1985.
- [4] Ильин В. П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. М.: Физматлит, 1995. 288 с.
- [5] ПАТАНКАР С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- [6] LAUNDER B. E., SPALDING D. B. The Numerical Computations of Turbulent Flows // Comp. Methods Appl. Mech. Eng. 1980. Vol. 3. P. 269-289.
- [7] LEONARD B. P. A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation // Comp. Meth. Appl. Mech. Engg. 1979. Vol. 19. P. 59-98.
- [8] RHIE C. M., CHOW W. L. Numerical study of turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation // American Institute of Aeronautics and Astronautics J. 1983. Vol. 1, No. 21. P. 1527-1532.