

## Численное исследование течения жидкости в кровеносных сосудах с аневризмой

А. М. БУБЕНЧИКОВ, Д. К. ФИРСОВ, Е. В. АЛЬБРАНДТ  
Томский государственный университет, Россия  
e-mail: fkm@iao.ru

3D stationary and non-stationary non-compressible viscous flow in tubes with nonsymmetrical swelling is investigated in this paper. The finite-difference algorithms in curvilinear, non-orthogonal body fitted coordinates calculate velocity and pressure. Non-suggestion grid is used for investigation of non-stationary flows and a collocated grid - for stationary flows. A new algorithm based on the algebraic velocity expansion is applied to the collocated grid.

В настоящее время численные методы для решения задач гидромеханики находят применение в различных областях естествознания. Так для исследования течения крови по кровеносной системе человека целесообразным является применение таких методов. В случае течения крови по большим кровеносным сосудам она ведет себя как ньютоновская жидкость [1]. Поэтому такие движения необходимо рассматривать, опираясь на уравнения ми Навье — Стокса:

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{dV}{dt} + \nabla (V^T V) \right) - \mu \nabla^2 V + \nabla P &= 0, \\ \nabla \cdot V &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

На базе системы (1) и с использованием различных численных методов в работах [10–13] изучалось движение крови в больших сосудах человека. Достаточно подробное изучение динамики крови в аневризме на искривленном участке сосуда проведено в работе [13]. Однако в этой работе отсутствуют подробные данные по изменению структуры течения в зависимости от числа Рейнольда и кривизны изгиба. Целью настоящей работы является изучение структуры внутреннего течения и распределение давления на стенках искривленного кровеносного сосуда с несимметрическим вздутием (аневризмой) в модельном случае несимметрического расширения трубы с жесткими стенками. В настоящее время существует множество различных численных методов для решения уравнений Навье — Стокса [2]. Наиболее популярными среди них для решения задач данного класса, в настоящее время являются, конечно-элементные [3] и конечно-разностные методы. Надежность полученного решения при применении конечно-элементных методов в значительной мере зависит от качества триангуляции расчетной области. В случае использования грубой сетки результаты бывают неправдоподобными [4]. Применение же метода конечных разностей затруднено тем, что форма кровеносных сосудов является достаточно сложной и это требует использования неортогональной криволинейной согласованной с геометрией исследуемой области системы координат. Наиболее удобной сеткой для расчета трехмерных течений в сложных областях в переменных скорость — давление является неортогональная неразнесенная сетка (сетка в которой все расчетные величины вычисляются в одних и тех же узлах). Применение такой сетки приводит к необходимости использования центрально-разностных аппроксимаций для производных первого порядка. Однако такие аппроксимации не содержат центральных точек в своем шаблоне, и это может служить источником нефизичных осцилляций расчетных величин по расчетной области [5]. Эту проблему обычно решают с помощью ввода различного рода регуляризаторов [14]. Для исследования течения крови в сосудах больших размеров мы использовали конечно-разностные методы. При этом для расчета нестационарных течений применялись конечно-разностные схемы на разнесенной сетке Аракавы, дискретизация на которой подробно исследована для случая неортогональной, криволинейной системы координат в работах [6,7]. Данная схема реализована нами для случая упрощенных операторов (констант), обеспечивающих сходимость [8]. Однако дискретизация уравнений Навье — Стокса на такой сетке не позволяет надежно находить давление [7]. Поэтому, для случая применения неразнесенной сетки нами был разработан новый способ дискретизации уравнений Навье — Стокса, основанный на алгебраическом разложении скоростей, позволяющий исключить фиктивные колебания расчетных величин по расчетной области [9]. В данной работе этот метод применялся для расчета стационарных течений, в этом случае он позволяет достаточно быстро находить решение системы уравнений движения.

## 1. Граничные условия и результаты расчетов

В случае ослабления эластичных свойств сосудистой стенки в результате длительного воздействия повышенного давления или просто старения сосуда может возникнуть вздутие или так называемая аневризма. Этот вопрос достаточно подробно был изучен в [13]. В настоящей работе исследовалось влияние кривизны сосуда, а так же места расположения аневризмы на структуру внутренних течений и распределение давления по поверхности сосуда. Исследования проводились при следующих условиях:

1. На входе в случае стационарного течения — профиль Пуазеля, в случае нестационарного профиль Вомерсли, средняя скорость, для которого вычислялась по формуле  $\bar{V}(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\omega t))$ .
2. На стенках условие прилипания.
3. На выходе условие свободного вытекания.
4. Числа Рейнольдса  $Re = \frac{\rho \bar{V}}{\mu d}$  изменялись в пределах от 200 до 800, здесь  $\rho$ -плотность,  $\mu$ -вязкость,  $d$ -диаметр входного отверстия.

В результате проведенного анализа нестационарного течения на протяжении 10 секунд в канале с несимметричной аневризмой на прямом участке трубы при гармонических изменениях расхода с  $\omega = 2\pi$  было установлено, что возникающее течение имеет периодический характер. Причем, при максимальной величине средней скорости структура течения идентична стационарному в этой же области. Структура нестационарного в рамках одного цикла колебаний (1 секунды) приведена в работе [8]. В целом же по результатам расчетов можно заключить, что оценку величины максимального давления можно провести, исследуя решение стационарной задачи.

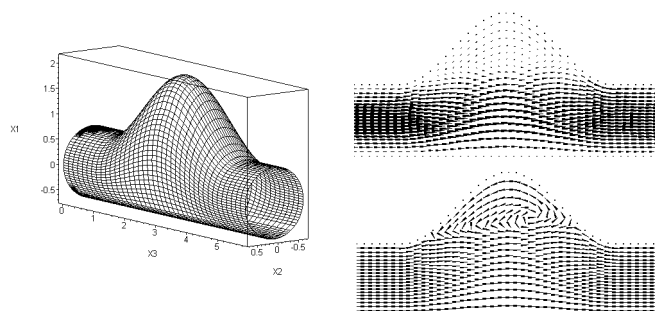


Рис. 1. Стационарное течение в прямой трубе с несимметричным вздутием ( $Re = 400$ ):

- А — расчетная область,
- В — скорости в плоскости симметрии,
- С — направление движения в плоскости симметрии.

После обобщения значительного количества расчетов движения несжимаемой вязкой жидкости для различных чисел Рейнольдса и каналов с несимметричным вздутием, мы остановились на следующих характерных режимах, представленных на рис. 1–3. На рис. 1–3 показаны векторные поля скоростей в случаях, отвечающих различной величине кривизны участка локализации аневризмы. Во всех случаях аневризма расположена симметричным образом относительно плоскости, проходящей через осевую линию канала, что при использовании симметричных или однородных профилей скорости на входе приводит к симметрии течения относительно этой же плоскости. Как видно из представленных рисунков, на рис. 1, 2, когда кривизна искривления сосуда достаточно мала ( $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 1/8$ ), течение в основной части канала является однонаправленным, при этом в области расширения (в аневризме) во всех случаях появляется зона слабой циркуляции жидкости. В третьем примере у вогнутой части поверхности канала возникает зона возвратных течений (рис. 3). Интенсивность вторичных движений (движений в плоскости нормальной к осевой линии канала) существенно зависит от величины кривизны и числа Рейнольдса, и возрастает с ростом кривизны (рис. 3,  $\alpha = 1/6$ ). Во всех рассмотренных примерах вздутие (аневризма) расположено на внешней части искривленного сосуда, т.е. на его выпуклой стороне (где динамическая нагрузка является максимальной). В этих условиях, на участке воссоединения аневризмы с недеформированной стенкой сосуда появляется зона повышенного давления, которая способствует деградации здоровой части стенки сосуда. При расположении вздутия на вогнутой поверхности зона повышенного давления не

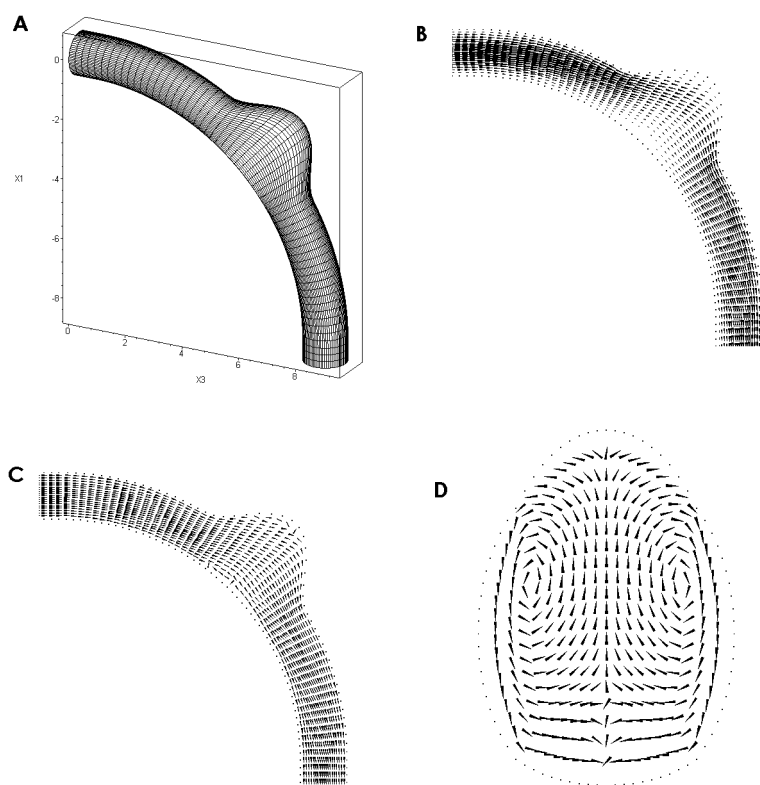


Рис. 2. Течение в несимметричном вздутии изогнутой трубы ( $Re = 400$ ):

- А — расчетная область,
- В — скорости в плоскости симметрии,
- С — направление движения в плоскости симметрии.
- D — направления скоростей касательных к криволинейной системе координат в поперечном сечении максимума вздутия.

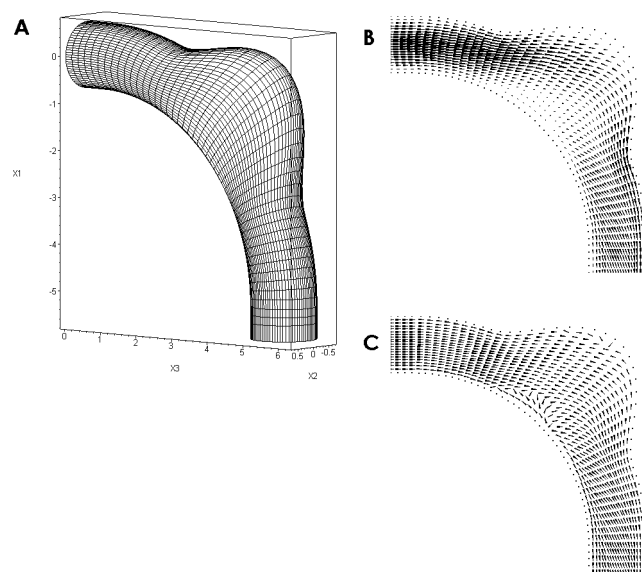


Рис. 3. Стационарное течение в прямой трубе с несимметричным вздутием ( $Re = 800$ ):

- А — расчетная область,
- В — скорости в плоскости симметрии,
- С — направление движения в плоскости симметрии.

возникает. Причем, во всех случаях в сечении максимального вздутия аневризмы формировались симметричные относительно плоскости симметрии вторичные течения, общая структура которых представлена на рис. 2 D.

## Список литературы

- [1] К.КАРО, Т.ПЕДЛИ, Р.ПРОТЕР, У.СИД Механика кровообращения. Москва. "Мир" 1981 607с.
- [2] ПЕЙРЕ РОЖЕ, ТЕЙЛОР ТОМАС Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. Ленинград. Гидрометеиздат 1986 г.
- [3] КОННОР ДЖ., БРЕББИА К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979, 264 с.
- [4] ПОЛЕЖАЕВ В.И., ПРОСТОМОЛОТОВ А.К., ФЕДОСЕЕВ А.И. Метод конечных элементов в задачах гидромеханики и теплообмена. Технологические приложения. //Численные методы и приложения. Труды международной конференции, София, 1989 с.375-384.
- [5] ПАТАНКАР С. Уравнения методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. - Москва. Энергоатомиздат. 1984.-152с.
- [6] АБДРАШИН В.Н., ЛАПКО С.Л. Об одном классе разностных схем решения уравнений Навье-Стокса. I. Дифференциальные уравнения. 1992 т.28 7 с.1154-1167
- [7] В.Н. АБДРАШИН, В.Н. ЛАПКО. Об одном классе итерационных методов решения стационарных уравнений Навье-Стокса. II. Дифференциальные уравнения. 1994. Т. 30. 12 с.2094-2105
- [8] БУБЕНЧИКОВ А.М., ФИРСОВ Д.К. Нестационарное течение жидкости в канале произвольной геометрии. <http://www.ict.nsc.ru/ws/ct-2000/>
- [9] ФИРСОВ Д.К., БУБЕНЧИКОВ А.М. Алгоритм расчета течений ньютоновской жидкости в естественных переменных в неортогональной системе координат на неразнесенной сетке. Библиогр. II наз. Депонент в ВИНТИ 27.12.00 3285-B00
- [10] F.V. VAN DE VOSSE, A.A. VAN STEENHOVEN, J.D. JANSSEN, R.S. Reneman A two-dimensional numerical analysis of unsteady flow in the carotid artery bifurcation. Biorheology. 1990. 27. p.163-190.
- [11] KARL PERKTOLD, GERHARD RAPPITSCH. Computer simulation of local blood flow and vessel mechanics in a complaint carotid artery bifurcation model. J. Biomechanics 1995. Vol. 28, No 7, p.845-856.
- [12] KARL PERKTOLD, MICHAEL RESCH AND REINFRIED O. PETER. Three-dimensional numerical analysis of pulsate flow and wall shear stress in the carotid artery bifurcation. J. Biomechanics. 1991 Vol.24. No 6, pp.409-420.
- [13] M. Low, K., PERKTOLD, R. RAUNIG. Hemodynamics in rigid and distensible saccular aneurysm: A numerical study of pulsate flow characteristics. Biorheology 1993, 30, p.287-298.
- [14] SHEN JIE On new pseudocompressibility method for the incompressible Navier-Stokes equations. Appl. Numer. Math. 1996. Vol 21 1. p.71-90.