ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

И. А. Бедарев, А. В. Борисов, Н. Н. Федорова
Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: bedarev@itam.nsc.ru

В работе приведены результаты численного моделирования обтекания турбулентным и ламинарным потоком осесимметричных (цилиндр и конус с “юбкой”) конфигураций. Расчеты выполнялись для сверхзвукового и гиперзвукового режимов обтекания в широком диапазоне геометрических параметров. Все расчеты проведены в условиях реальных физических экспериментов, выполненных в различных аэродинамических установках. Сравнение с экспериментом проводилось по полям давления и скорости, распределению поверхностного давления и трения, а также по распределению коэффициента интенсивности поверхностного теплообмена. Выполненные расчеты и сравнения с экспериментальными данными позволили верифицировать расчетный метод и используемую модель турбулентности в исследуемом диапазоне геометрических и газодинамических параметров.

Введение

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования течений в окрестности осесимметричных конфигураций: полого цилиндра с “юбкой” при числах Маха $M = 3, 5, 7$ и конуса с “юбкой” при $M = 6$. Характерной особенностью течений в окрестности данных конфигураций является отрыв, возникающий в результате взаимодействия развивающегося на поверхности модели пограничного слоя со скачками уплотнения. Цель работы состоит в исследовании возможностей численного алгоритма предсказывать параметры отрывных течений. Все расчеты проведены в условиях реальных экспериментов. Используемые экспериментальные данные для цилиндра ранее были выбраны в качестве тестовых при проведении верификации методов расчетов и моделей турбулентности в рамках AGARD WG18 [1, 2]. В настоящей работе все предложенные в [1] турбулентные осесимметричные случаи описаны в рамках единого подхода и модели турбулентности. Наряду с турбулентным, рассмотрено ламинарное обтекание (конус с “юбкой”), экспериментально исследованное в [3].

Рассматриваемые течения. На рис. 1 показана схема отрывного течения, реализующаяся в окрестности исследуемой конфигурации. На этом рисунке α_1 — угол полураствора конуса (цилиндру соответствует случай $\alpha_1 = 0$), α_2 – угол “юбки”, который вместе с числом Маха набегающего потока M определяет, будет ли иметь место отрыв, или течение останется безотрывным. Цифрой 1 обозначена граница пограничного слоя, 2–4 — λ-конфигурация скачков уплотнения, 5 — волна разрежения, исходящая из тройной точки λ-конфигурации, 6 — отрывная зона, ограниченная точками отрыва (S) и присоединения (R). В Таблице приведены экспериментальные параметры течений, исследованных численно в настоящей работе. Отметим, что в случае турбулентных течений расчет проводился не от начала модели, а с некоторого сечения, находящегося ниже по течению за точкой ламинарно-турбулентного перехода, в котором была задана толщина пограничного слоя δ и другие интегральные параметры.

Основные уравнения и вычислительный метод. Математической моделью служили осредненные по Фавру уравнения Навье — Стокса, записанные в криволинейных координатах $\xi = \xi(x, r)$, $\eta = \eta(x, r)$:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{\partial R}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \eta} + H_A,$$

где U есть вектор консервативных переменных,

$$U = J\left(\rho, \rho u, \rho v, E\right),$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 99–01–00565) и при поддержке Программы интеграционных фундаментальных исследований СО РАН, проект 2000 № 1.

Таблица 1. Условия экспериментов

N	Конфиг.	α_1, °	α_2, °	r, мм	M_∞	Re$_1$, $^{-1}$	P_0, Pa	T_0, K	δ, мм
1	*конус*	7	17	–	5.92	$11.8 \cdot 10^6$	$9.76 \cdot 10^4$	386	–
2	*цилиндр*	0	30	25.4	2.85	$1.6 \cdot 10^7$	$1.7 \cdot 10^5$	265	11
3	*цилиндр*	0	35	65.5	5.01	$4.41 \cdot 10^7$	$3.5 \cdot 10^6$	500	2.5
4	*цилиндр*	0	35	25.4	7.05	$5.66 \cdot 10^6$	$2.45 \cdot 10^6$	890	25

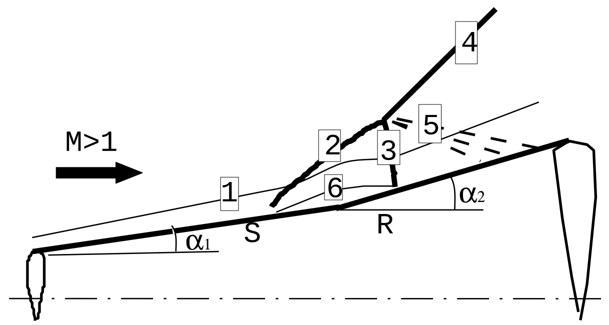

Рис. 1. Схема течения.

ρ — плотность; u и v — скорости в x и r — направлениях соответственно; E — полная энергия жидкости на единицу объема. Невязкие и вязкие потоки могут быть представлены в виде: $\tilde{F} = J\left(F\xi_x + G\xi_r\right)$, $\tilde{G} = J\left(F\eta_x + G\eta_r\right)$, $\tilde{R} = J\left(R\xi_x + S\xi_r\right)$, $\tilde{S} = J\left(R\eta_x + S\eta_r\right)$, где тильда означает, что потоки записаны в криволинейной системе координат, J — Якобиан преобразования. Вектора невязких (E и G) и вязких (R и S), потоков в декартовой системе координат имеют вид:

$$F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E+p)\,u \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E+p)\,v \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0 \\ t_{xx} \\ t_{xr} \\ ut_{xx} + vt_{xr} - \dot{q}_x \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ t_{rx} \\ t_{rr} \\ ut_{xr} + vt_{rr} - \dot{q}_r \end{pmatrix}.$$

Полная удельная энергия E включает удельную внутреннюю энергию е и кинетическую энергию жидкости: $E = \rho e + \frac{1}{2}\rho\left(u^2 + v^2\right)$. Давление р вычисляется из уравнения состояния идеального газа $p = \gamma\rho e$. Тепловые потоки $\dot{q}_x, \dot{q}_r$ моделировались согласно закону Фурье. Источниковый член H_A, учитывающий осесимметричность задачи, может быть записан как

$$H_A = H_A^{\text{inv}} + H_A^{\text{vis}} + H_A^{\text{extra}},$$

где

$$H_A^{\text{inv}} = -\frac{J}{r}\begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (i+p)\,v \end{bmatrix}, \quad H_A^{\text{vis}} = -\frac{J}{r}\begin{bmatrix} 0 \\ t_{xr} \\ t_{rr} - \frac{2}{3}\mu^*\frac{v}{r} \\ (ut_{xr} + vt_{rr} - \dot{q}_r) - \frac{2}{3}\mu^*\frac{v^2}{r} \end{bmatrix},$$

$$H_A^{\text{extra}} = \frac{\partial}{\partial\xi}\left[J\xi_x\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \\ 0 \\ -u\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \end{bmatrix} + J\xi_r\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \\ -\frac{2}{3}\frac{v^2}{r}\mu^* \end{bmatrix}\right] + \frac{\partial}{\partial\eta}\left[J\eta_x\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \\ 0 \\ -u\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \end{bmatrix} + J\eta_r\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2}{3}\frac{v}{r}\mu^* \\ -\frac{2}{3}\frac{v^2}{r}\mu^* \end{bmatrix}\right].$$

Тензор напряжений t_{ij} есть сумма вязких ($\bar{t}_{ij}$) и Рейнольсовых (τ_{ij}^R)напряжений: $t_{ij} = \bar{t}_{ij} + \tau_{ij}^R$. Для вычисления Рейнольдсовых напряжений использовалась гипотеза Буссинеска

$$\tau_{ij} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\text{div}U\right) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}$$

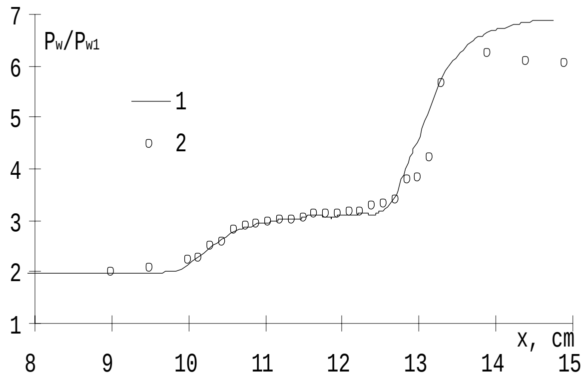

Рис. 2. Расчетные и экспериментальные распределения давления вдоль поверхности для случая № 1 ($M = 6$ and $\alpha_1 = 7°$,$\alpha_2 = 17°$), 1 — расчёт, 2 — эксперимент.

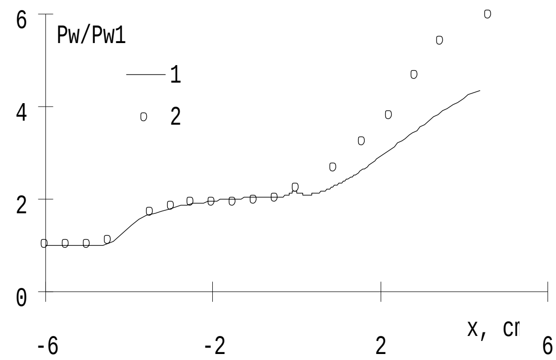

Рис. 3. Сравнение экспериментального и расчетного распределения давления для случая № 2 ($M = 3$ and $\alpha_2 = 30°$), 1 — расчёт, 2 — эксперимент.

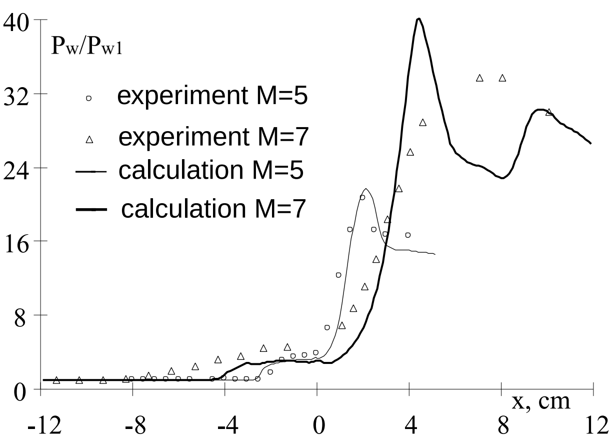

Рис. 4. Расчетные и экспериментальные распределения поверхностного давления для случаев № 3, 4 ($M = 5, 7$ and $\alpha_2 = 35°$).

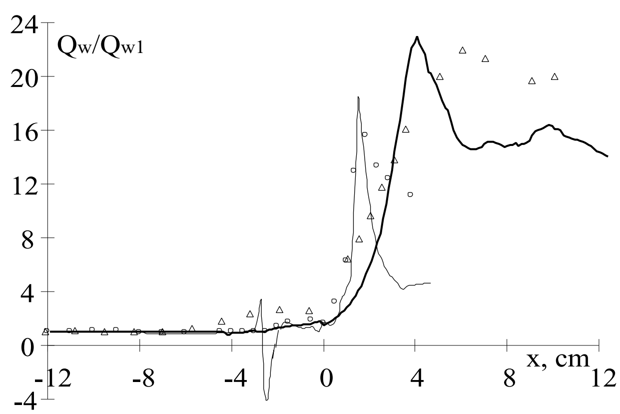

Рис. 5. Расчетные и экспериментальные распределения тепловых потоков для случаев № 3, 4 ($M = 5, 7$ and $\alpha_2 = 35°$).

Для замыкания осредненных уравнений была использована двухпараметрическая $k-\omega$ модель турбулентности Уилкокса [4], в которой турбулентная вязкость вычисляется как $\mu_t = \alpha^* \dfrac{\rho k}{\omega}$, а турбулентная кинетическая энергия k и удельная диссипация ω определяются из следующих уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u k}{\partial x} + \frac{\partial \rho v k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial r}\right] - \frac{\rho v k}{r} + \frac{1}{r}\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial r} + P - \beta^* \rho \omega k,$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \omega}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \omega}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial r}\right] - \frac{\rho v \omega}{r} + \frac{1}{r}\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\alpha \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2,$$

где P — порождение кинетической энергии турбулентности: $P = -\rho u_i' u_j' \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}$, $\beta, \beta^*, \alpha, \alpha^*, \sigma_k, \sigma_\omega$ — модельные коэффициенты: β, β^* — функции турбулентного числа Маха $M_t = \dfrac{\sqrt{2k}}{a}$, $a = \sqrt{\gamma R T}$ — локальная скорость звука.

$$\beta^*(M_t) = \beta_0^* \left[1 + \xi^* F(M_t)\right], \beta(M_t) = \beta_0 - \beta_0^* \xi^* F(M_t),$$
$$F(M_t) = \left[M_t^2 - M_{t0}^2\right] \mathrm{H}(M_t - M_{t0}), M_{t0} = 1/4,$$

где H — функция Хевисайда.

Использованный вычислительный метод подробно описан в [5]. Здесь мы только отметим, что для построения высокоразрешающей схемы для аппроксимации невязких потоков использовался TVD-подход, основанный на методе расщепления вектора потоков Ван Лира [6].

Результаты. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными было проведено по всем имеющимся экспериментальным данным.

На рис. 2 приведено сравнение расчетных и экспериментальных данных по распределению поверхностного давления для случая конуса с "юбкой" при $M = 6$ (случай № 1 Таблицы). В данном случае расчетная область включала носик конуса, на котором образуется ударная волна и начинает нарастать пограничный слой. Сравнения были также проведены по распределению чисел Стантона и профилям средней скорости и показали хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных для случая ламинарного отрыва.

На рис. 3 представлены экспериментальные и расчетные распределения давления для случая цилиндра ($M = 2.85, \alpha_2 = 30°$). Рисунок показывает, что расчет правильно предсказывает начало роста давления, но недопредсказывает максимальный уровень давления за взаимодействием. Это может быть связано с тем, что в расчетах точка отрыва находилась ниже по течению по сравнению с ее экспериментальным положением.

На рис. 4, 5 представлены расчетные и экспериментальные распределения давления и тепловых потоков для случаев № 2, 3 ($\alpha_2 = 35, M = 5, 7$). В случае $M = 5$ согласование между экспериментами и расчетами хорошее. Для случая более сильного взаимодействия $M = 7$ размер отрывной зоны немного занижен и расчетный уровень давления за присоединением ниже экспериментального значения из-за интенсивной волны разрежения, приходящего сюда из тройной точки λ-конфигурации. Этот веер волн разрежения также обуславливает заниженный уровень тепловых потоков ниже точки присоединения.

Выводы. Проведенные расчеты показали, что использованный вычислительный алгоритм и модель турбулентности позволяют получить хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными для осесимметричных течений при различных числах Маха. Модель Уилкокса работает достаточно хорошо до $M = 5$ без каких-либо коррекций на эффект сжимаемости, но для более высоких чисел Маха такие коррекции необходимы.

Список литературы

[1] Delery J. M., Panaras A. G. Shock Wave / Boundary Layer Interaction In High Mach Number Flows. AGARD–FDP, Working Group 18 Report – Step 1, Subgroup 1 on "Viscous Interaction", Chapter 1.

[2] Knight D. D., Degrez G. Hypersonic Experimental and Computational Capability, Improvement and Validation. AGARD Advisory Report. 1998. Vol. II, No. 319.

[3] Maslov A. A., Shiplyuk A. N., Sidorenko A. A., Tran Ph. Study related to hypersonic boundary layer stability on a cone with flare. Preprint ITAM SB RAS, No. 16–97, Novosibirsk, 1997.

[4] Wilcox D. C. A Half Century Historical Review of the $k - \omega$ Model. AIAA Paper 91–0615, 1991.

[5] Борисов А. В., Федорова Н. Н. Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации // Теплофизика и аэромеханика. Т. 2, № 3. 1995. С. 253–269.

[6] Van B. Leer: Flux-Vector Splitting for the Euler Equation. ICASE Technical report No. 82–30, 1982.