

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СУДОПРОПУСКНЫХ СООРУЖЕНИЯХ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, НАТУРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

А. А. АТАВИН, О. Ф. ВАСИЛЬЕВ

Институт водных и экологических проблем СО РАН, Новосибирск, Россия

В. В. ТАРАСЕВИЧ, А. П. ЯНЕНКО

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет, Россия

В работе приводится математическая постановка задачи о гидродинамических процессах в камерах и каналах судопропускных сооружений. Рассматриваются различные варианты ее упрощения. Обсуждаются особенности численной реализации этих моделей. Приводятся результаты сопоставления расчетов с данными лабораторных и натуральных наблюдений. Предлагаются пути увеличения пропускной способности судоходных сооружений.

Введение

Судоходство на внутренних водных путях связано с широким использованием судоходных каналов и судопропускных сооружений на них (шлюзов и судоподъемников различных типов). Такие гидротехнические сооружения обеспечивают судоходство на реках также и при создании на них гидроузлов с плотинами. Их, особенно судоподъемники, можно отнести к числу наиболее сложных гидротехнических сооружений. Проблема совершенствования как конструкций судоходных сооружений, так и методов их расчета еще далека от своего завершения.

В настоящей работе представлен накопленный авторами опыт исследования нестационарных процессов в различных типах судопропускных сооружений: сформулирована математическая постановка задачи о связанных колебаниях воды и судна в камерах и каналах таких сооружений, предлагаются численные методы для их расчета, даются рекомендации по определению габаритных размеров камер судопропускных сооружений, приведены результаты приближенных теоретических решений, лабораторных и натуральных исследований, а также обсуждаются перспективы совершенствования работы судопропускных сооружений, основанные как на оптимизации существующих режимов их эксплуатации, так и на конструктивных предложениях, связанных с введением дополнительных активных управляющих устройств в систему управления работой судопропускных сооружений, открывающих новые возможности повышения их эффективности.

1. Математическая постановка задачи о гидродинамических процессах в камерах и каналах судопропускных сооружений

Расчет пропуска судов (включающих движение судна по подходному каналу, вход или ввод судна в камеру судопропускного сооружения, шлюзование судна либо транспортировка его в судовозной камере судоподъемника, выход или вывод судна из камеры) требует анализа гидродинамических процессов, возникающих при движении судна в камере и/или канале.

Для решения большинства практических задач при математическом описании этих процессов можно остановиться на одномерном варианте теории мелкой воды [10], полагая, что все величины, определяющие движение жидкости, зависят лишь от координаты x , направленной вдоль продольной оси камеры или канала, и времени t . В качестве таких величин возьмем расход жидкости $Q(x, t)$ и ординату ее свободной поверхности $\zeta(x, t)$, отсчитываемую по вертикали от невозмущенного положения водной поверхности (рис. 1).

Колебания судна описываются на основе линейной теории качки судна, при этом его положение определяется тремя координатами: вертикальным смещением центра тяжести судна относительно положения покоя $\eta_c(t)$, угловым наклоном судна $\psi_c(t)$ и продольной координатой его центра тяжести $x_c(t)$ (рис. 1). Поперечными колебаниями, рысканием и бортовой качкой судна можно пренебречь, что подтверждается результатами экспериментальных исследований и натуральных наблюдений [2, 14].

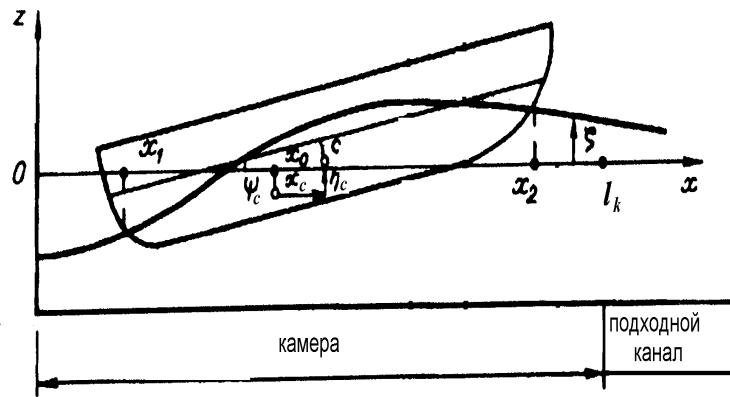


Рис. 1. Судно в камере судопропускного сооружения

При этих допущениях связанные колебания воды и судна могут быть описаны следующей системой уравнений [2]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{\sigma}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Q^2}{\omega} \right) + g' \omega \frac{\partial \zeta}{\partial x} + j_x \omega = 0, \quad (2)$$

$$M_c \frac{d^2 \eta_c}{dt^2} + \gamma'_B S_c \eta_c + \gamma'_B S l_c \psi_c = \gamma'_B \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} b_c(x - x_c) \zeta(x, t) dx + F_I, \quad (3)$$

$$I_c \frac{d^2 \psi_c}{dt^2} + \gamma'_B W_c R_c \psi_c + \gamma'_B S l_c \eta_c = \gamma'_B \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} (x - x_c) b_c(x - x_c) \zeta(x, t) dx + N_I, \quad (4)$$

$$M_c \frac{d^2 x_c}{dt^2} = F_{pr} - M_c j_x - \gamma'_B \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \omega_c(x - x_c) \frac{\partial \zeta(x, t)}{\partial x} dx. \quad (5)$$

В этих уравнениях площадь поперечного сечения жидкости $\omega(x, t)$ определяется формулой

$$\omega(x, t) = \omega_{\kappa}(x, \zeta) - \omega_c(x - x_c(t)) + b_c(x - x_c(t)) [\eta_c(t) + (x - x_c(t)) \psi_c(t) - \zeta(x, t)],$$

где $\omega_{\kappa}(x, \zeta)$ — площадь поперечного сечения воды в камере или канале без судна; $b_c(\xi)$, $\omega_c(\xi)$ — ширина судна по ватерлинии и площадь его поперечного сечения в нормальном (равновесном) положении в зависимости от координаты ξ , направленной вдоль продольной оси судна; $x_1(t)$, $x_2(t)$ — координаты оконечностей судна; W_c — объемное водоизмещение, M_c — масса судна, I_c — момент инерции массы судна относительно центральной поперечно-горизонтальной оси, R_c — продольный метацентрический радиус судна, S_c — площадь плоскости плавания судна, $S l_c$ — статический момент площади S_c относительно центральной поперечно-горизонтальной оси.

Величина $\gamma'_B = \rho_B g'$, где ρ_B — плотность воды, $g' = g + j_z$, g — ускорение свободного падения, $j_x(t)$ и $j_z(t)$ — горизонтальная и вертикальная составляющие ускорения движения судовозной камеры судоподъемника (для шлюзов и подходных каналов $j_x(t) \equiv j_z(t) \equiv 0$).

Другие обозначения в уравнениях (1)–(5): $q_{\sigma}(\zeta, x, t)$ — боковой приток, поступающий на единицу длины камеры или канала (за счет работы распределительной системы питания шлюза, бокового перелива в подходном канале, либо за счет слива или долива для некоторых вариантов конструкции судовозной камеры судоподъемника). F_I , N_I — вертикальная составляющая и центрально-поперечный момент сил инерционного воздействия воды, определяемые по формулам, приведенным в [3]. F_{pr} — продольная сила, действующая на судно со стороны причальных устройств, механизма заводки либо движителей судна, которая определяется в зависимости от способов учалки или перемещения судна (при этом могут появиться новые неизвестные и новые дополнительные соотношения в виде алгебраических соотношений

или обыкновенных дифференциальных уравнений, необходимые в этом случае для замыкания системы уравнений (1)–(5)).

Неизвестными в этой системе уравнений являются $\zeta(x, t)$, $Q(x, t)$, $x_c(t)$, $\eta_c(t)$, $\psi_c(t)$. Областью изменения независимых переменных (x, t) является прямоугольник $0 \leq x \leq L$, $0 \leq t \leq T$, где T — величина интересующего нас отрезка времени, а L — общая длина рассматриваемых участков сооружения, причем ось x можно считать состоящей из отдельных отрезков, соответствующих различным камерам или участкам канала. Места сопряжения этих отрезков являются неподвижными внутренними граничными точками. Кроме того, оконечности шлюзующегося судна также являются внутренними граничными точками, причем, как правило, подвижными.

Для однозначного решения задачи основные неизвестные, удовлетворяя уравнениям (1)–(5), должны удовлетворять начальным (при $t = 0$) и граничным (при $x = 0$ и $x = L$) условиям, а также условиям сопряжения во внутренних граничных точках [8].

Уравнения с частными производными (1)–(2) на свободных от судов участках представляют собой систему квазилинейных уравнений гиперболического типа, имеющую в каждой точке плоскости (x, t) два характеристических направления, определяемых соотношениями

$$\frac{dx}{dt} = u \pm C,$$

где $u(x, t)$ — средняя (по поперечному сечению) скорость частиц жидкости ($u = Q/\omega$); $C = \sqrt{g\omega/B}$ — скорость распространения малых возмущений, B — ширина камеры или канала поверху. Течение воды в каналах и камерах судопропускных сооружений обычно характеризуется спокойным состоянием потока $|u| < C$ (более того, $|u| \ll C$). В этом случае, как следует из общей теории квазилинейных дифференциальных уравнений [8], на границах (при $x = 0$ и $x = L$) следует ставить по одному граничному условию.

В качестве граничного условия у торцевых стенок камеры ставится условие непротекания

$$Q = 0, \quad (6)$$

в голове шлюза задается изменение во времени поступающего в камеру шлюза расхода

$$Q = Q_{in}(t), \quad (7)$$

при выходе подходного канала в большую акваторию может быть задано условие постоянства уровня

$$\zeta = \text{const}, \quad (8)$$

в случае достаточно длинного подходного канала можно в одном из его створов поставить условие “безотражательного” прохода возмущений (постоянство “приходящего” извне инварианта) [11]

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - (u + C) \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

Во внутренних граничных точках (в местах сопряжения участков канала или камер, отличающихся друг от друга своими характеристиками, и у оконечностей судна) следует ставить по два условия сопряжения, связывающих значения основных неизвестных ζ и Q слева и справа от точки сопряжения. Причем закон движения подвижных внутренних граничных точек (оконечностей судна) определяется с помощью уравнения (5).

В местах сопряжения участков, отличающихся лишь своими поперечными сечениями (например, сопряжение подходного канала и разъездного бьефа). В качестве одного из условий сопряжения следует принять непрерывность расхода Q , что следует из закона сохранения массы жидкости), а в качестве второго условия сопряжения ввиду того, что скорости течения в судопропускных сооружениях сравнительно невелики, можно принять непрерывность отметки водной поверхности при переходе через точку сопряжения:

$$[Q] = 0, \quad [\zeta] = 0, \quad (10)$$

где $[f]$ означает разность значений функции f справа и слева от рассматриваемого сечения.

Условия сопряжения у оконечностей судна (при $x = x_1(t)$ и $x = x_2(t)$) получим из законов сохранения массы и импульса для отсеков, содержащих торцы судна:

$$\left[Q - \omega \frac{dx_c}{dt} \right] = 0, \quad [\zeta] = 0. \quad (11)$$

Для завершения постановки задачи необходимо также задать начальные условия. Так, если в начальный момент времени вода и судно находятся в состоянии покоя (для судоподъемника — относительного покоя), то в качестве начальных условий принимается

$$\begin{aligned} \zeta(x, 0) = 0, \quad Q(x, 0) = 0, \quad \eta_c(0) = 0, \quad \frac{d\eta_c}{dt}(0), \\ \psi_c(0) = 0, \quad \frac{d\psi_c}{dt}(0) = 0, \quad x_c(0) = x_0, \quad \frac{dx_c}{dt}(0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

2. Различные способы упрощения задачи

Характерные особенности протекающих в судопропускных сооружениях процессов часто позволяют внести в приведенную выше постановку задачи некоторые дополнительные допущения: линеаризацию основных уравнений и граничных условий по малому параметру - числу Фруда, приближенный учет вертикальных и продольных угловых колебаний судна, упрощенную схематизацию работы причальных устройств, гипотезу о “жесткой” в продольном направлении учалке судна. Эти допущения позволили получить аналитические решения для многих интересных задач гидравлики судопропускных сооружений как при точном, так и при приближенном учете колебаний судна [2]. В качестве примера рассмотрим задачу о вводе и выводе судна из камеры судопропускного сооружения [4].

В процессе эксплуатации существующих судопропускных сооружений выяснилось, что их фактическая пропускная способность обычно оказывается существенно меньше расчетной. Основной причиной этого являются малые скорости ввода судов в камеры судопропускных сооружений и вывода из них. Это объясняется тем, что при назначении размеров камеры и глубины воды в ней не учитывается характер гидродинамических процессов, возникающих в камере при движении в ней судна.

Задача о волновых явлениях, возникающих в камере судопропускного сооружения при движении в ней судна, в предположении, что скорость движения судна V_c задана, а инерционностью судна (и воды) при вертикальных и продольных угловых колебаниях судна можно пренебречь, имеет в линейном приближении аналитическое решение [4], из которого следует, что при выводе судна из камеры за его кормой устанавливается постоянное (вплоть до прихода возмущения от кормовой оконечности судна) понижение уровня на величину

$$\Delta h_1 = \frac{V_c \omega_c}{\sqrt{g B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}} \quad (13)$$

по отношению к начальной глубине h_κ . У носовой оконечности судна уровень воды при этом повышается на величину

$$\Delta h_1 = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{V_c \omega_c}{\sqrt{g B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}}, \quad \text{где } \alpha = \sqrt{\frac{B_{pk} \omega_{pk}}{B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}}, \quad (14)$$

B_{pk} и ω_{pk} — ширина свободной поверхности и площадь поперечного сечения подходного канала, куда выводится судно.

Для определения величины тягового усилия, необходимого для вывода судна со скоростью V_c , получается выражение

$$F = \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} \frac{\gamma_B V_c \omega_c^2}{\sqrt{g B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}}, \quad (15)$$

откуда следует формула для определения максимально возможной скорости движения судна в камере

$$V_{\max} = \frac{1 + \alpha}{2 + \alpha} \frac{F_{\max}}{\gamma_B \omega_c^2} \sqrt{g B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}. \quad (16)$$

При этом скорость вывода судна из камеры не должна превышать так называемой критической скорости вывода — скорости, при превышении которой происходит посадка судна на дно камеры. Значение критической скорости вывода судна определяется зависимостью

$$V_{kr} = \frac{3}{8} \frac{h_\kappa - T_c}{\omega_c} \sqrt{g B_\kappa (B_\kappa h_\kappa - \omega_c)}, \quad (17)$$

которая получается из условия равенства максимального понижения оконечностей судна (с учетом собственных его колебаний) величине запаса глубины воды под днищем судна.

Приведенные зависимости позволяют определить допустимые скорости движения судна при вводе и выводе его из камеры уже имеющегося судопропускного сооружения, а для проектируемого сооружения позволяют определить требуемые для обеспечения необходимой скорости движения судна размеры камеры и величину потребного тягового усилия.

3. Численные методы решения задач о нестационарных процессах камерах и каналах и каналах судопропускных сооружений

Полная постановка задачи о нестационарных процессах в камерах или каналах судопропускных сооружений, да и многие варианты упрощенного подхода к описанию этих процессов требуют для своей реализации применения вычислительной техники.

Если судно в канале отсутствует либо принято допущение о равенстве ординаты плоскости плавания судна ординате свободной поверхности жидкости и продольные перемещения судна незначительны, то задача становится аналогичной задаче о неустановившемся движении воды в открытом русле переменного поперечного сечения. При этом участок камеры заменяется эквивалентным ему участком канала такой же ширины $B = B_k$, но с площадью поперечного сечения $\omega = \omega_k - \omega_c$ [12]. Здесь возможно применение большого арсенала численных методов, разработанных для расчета уравнений Сен-Венана — от метода характеристик до конечно-разностных методов, как явных, так и неявных. В силу относительной быстротечности процессов, протекающих в судопропускных сооружениях, представляется наиболее целесообразным применение явных конечно-разностных схем.

Когда имеют место существенные продольные перемещения судна, удобно вести расчет не на фиксированной сетке в плоскости (x, t) , а на “подвижной” сетке, следующей за продольными перемещениями судна (рис. 2). В этом случае возможно существенное измельчение шага по x в процессе продольных колебаний судна (например, при отстое судна в камере шлюза или транспортировке его в камере наклонного судоподъемника), что создает затруднения с выполнением условия Куранта. Представляется целесообразным переход к неявным конечно-разностным схемам, абсолютно устойчивым при любых соотношениях между пространственными и временными шагами. Наиболее приемлемыми из неявных разностных схем для аппроксимации уравнений (1)–(2) нам представляются схема, разработанная в Институте гидродинамики СО АН для расчета паводков [6], и схема Прейсмана [15]. Нами использовалась схема ИГ СО АН, в том числе и для случая непрямоугольной “подвижной” сетки (рис.2).

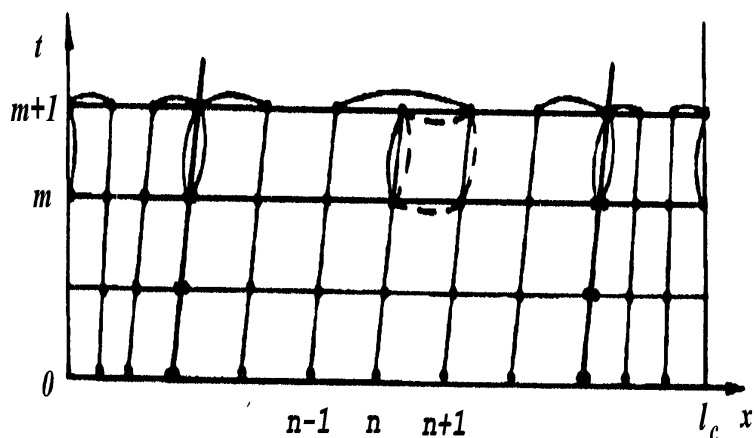


Рис. 2. Конечно-разностные шаблоны на подвижной сетке

Система интегро-дифференциальных уравнений (3)–(5) для определения $\eta_c(t)$, $\psi_c(t)$ и $x_c(t)$, записанная в канонической форме

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t, I_1, I_2, I_3), \quad (18)$$

где y — неизвестный вектор, компонентами которого являются η_c , $\frac{d\eta_c}{dt}$, ψ_c , $\frac{d\psi_c}{dt}$, x_c , $\frac{dx_c}{dt}$, f — вектор-функция, определяемая уравнениями (3)–(5), $I_1(t)$, $I_2(t)$, $I_3(t)$ — входящие в эти уравнения интегралы, зависящие от функции $\zeta(x, t)$, решается параллельно с системой уравнений в частных производных (1)–(2) по одной из схем численного интегрирования. При проведении расчетов нестационарных процессов в судопропускных сооружениях в случае учета реальной динамики работы причальных устройств возникают вычислительные трудности, обусловленные существенной нелинейностью уравнений, описывающих работу причальных тросов. При наличии в системе уравнений (18) быстроизменяющихся переменных необходимо разделение процессов на “быстрые” и “медленные”. При этом при интегрировании “быстрых” переменных, т. е. при интегрировании системы уравнений (18), оказывается целесообразным применение

метода Рунге — Кутты второго порядка (при $\sigma = 0,75$ вместо традиционного 0,5 или 1) с переменным шагом по времени, который выбирается в зависимости от нормы правых частей уравнений (18) и может быть существенно меньшим, чем шаг интегрирования основной системы уравнений в частных производных [2]. Интегрирование уравнений (18) проводится в пределах основного шага интегрирования системы (1)–(2) ($t_m \leq t \leq t_{m+1}$), значения интегралов I_1, I_2, I_3 при этом неизменны и берутся с нижнего временного слоя, так как они определяются “медленными” переменными. После определения y_{m+1} происходит расчет системы уравнений (1)–(2) и на этом завершается шаг счета в целом или проводятся итерации.

Отметим, что при расчете переходных процессов в камере наклонного судоподъемника ускорение движения судовозной камеры $j(t)$ может быть либо заданной функцией времени (например, проектный режим движения судовозной камеры), либо определяться в процессе расчета в зависимости от характера работы привода передвижения судовозной камеры (гидропривод, электропривод или канатная тяга, диспетчерское или автоматизированное управление приводом и т. д.). При этом появляются новые неизвестные и новые дифференциальные (как правило, обыкновенные) уравнения, описывающие работу привода, которые добавляются к системе уравнений (18), увеличивая размерность вектора y . Аналогично, при расчете процесса шлюзования величина поступающего в камеру расхода Q_{in} также может быть либо заданной функцией времени $Q_{in}(t)$ либо определяться при расчете неустановившихся процессов в системе питания шлюза. Система уравнений, описывающих эти процессы должна решаться совместно с системой уравнений (1)–(5). Однако специфика протекающих при этом процессов такова, что с достаточной для практических приложений точностью при расчете неустановившихся процессов в системе питания шлюза можно пренебречь волновыми колебаниями в камерах шлюза и сначала определить $Q_{in}(t)$, а затем приступить к решению задачи (1)–(7), (11)–(12).

Сопоставление результатов теоретических проработок (как аналитических, так и численных) с данными лабораторных исследований [1, 5, 7, 9] и натурных наблюдений на шлюзах [14] и наклонном судоподъемнике Красноярского гидроузла [2] показало высокую эффективность представленного здесь подхода к математическому описанию неустановившихся гидродинамических процессов в судопропускных сооружениях, что позволило наметить перспективы совершенствования процесса судопропуска.

4. Пути увеличения пропускной способности судопропускных сооружений

Результаты математического моделирования неустановившихся процессов в судопропускных сооружениях позволяют по-новому подойти к определению параметров этих сооружений, с учетом более детального анализа характера работы этих сооружений. В частности, предложенный в работе [2] нетрадиционный подход к выбору габаритных размеров камеры судопропускного сооружения по условиям ввода и вывода из нее судов требует пересмотра ряда положений ныне действующих строительных норм и правил.

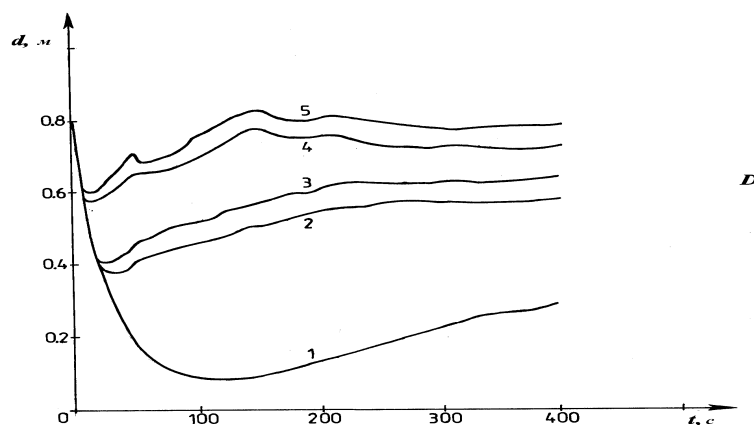


Рис. 3. Запас глубины под днищем судна в процессе его вывода из камеры шлюза. 1 — без продольной галереи; 2, 3 — с продольными галереями без насоса (площадь сечения галереи 9 м^2 и 12 м^2 , соответственно); 4, 5 — то же самое, с насосом производительностью $20 \text{ м}^3/\text{с}$.

В этой же работе представлен метод расчета параметров дополнительных устройств — боковых продольных галерей, способствующих уменьшению перепада уровня между носом и кормой судна и тем самым позволяющим увеличить скорость его ввода или вывода. Повысить эффективность этих галерей можно

за счет установки в них насоса с принудительной подачей по ним дополнительного расхода (рис. 3), причем этот расход можно рассматривать как управляющую функцию, которая определяется в результате решения соответствующей оптимизационной задачи [13].

В заключение отметим, что и многие нештатные ситуации (разрушение ворот шлюза, неполное закрытие ворот, посадка судна на дно камеры шлюза, обесточивание привода наклонного судоподъемника и т. п.) решаются на основе вышеприведенных уравнений. Только, например, в случае задачи о разрушении ворот шлюза, когда начальные и граничные условия не согласованы, вначале решается задача о распаде разрыва [8], а затем проводится математическое моделирование на основе уравнений (1)–(5) с учетом наличия еще одной подвижной границы — прерывной волны.

Список литературы

- [1] АТАВИН А. А., ВАСИЛЬЕВ О. Ф., САПЦИН В. П. Исследование гидродинамических процессов, возникающих при работе наклонного судоподъемника Красноярского гидроузла // Тр. ин-та / Гидропроект им. С. Я. Жука. 1978. № 62. С. 100–132.
- [2] АТАВИН А. А., ВАСИЛЬЕВ О. Ф., ЯНЕНКО А. П. Гидродинамические процессы в судопропускных сооружениях. Новосибирск: ВО Наука. Сибирская издательская фирма, 1993. 101 с.
- [3] АТАВИН А. А., САПЦИН В. П. О гидродинамическом воздействии на судно, совершающее колебания в камере судоподъемника // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. Новосибирск, 1966. № 5. С. 136–144.
- [4] АТАВИН А. А., ЯНЕНКО А. П. О колебаниях уровня воды при выводе судна из камеры судопропускного сооружения // Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1977. Вып. 30. С. 35–52.
- [5] ВАСИЛЬЕВ О. Ф. Опыт применения и экспериментальная проверка приближенной теории колебаний в камере наклонного судоподъемника // Изв. Сиб. отд.-ния АН СССР. Сер. техн. наук. 1964. № 2, вып. 1. С. 89–100.
- [6] ВАСИЛЬЕВ О. Ф., ГОДУНОВ С. К., ПРИТВИЦ Н. А. и др. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и его приложения к задаче о паводках // Докл. АН СССР. 1963. Т. 151, № 3. С. 525–527.
- [7] ВАСИЛЬЕВ О. Ф., РОМАНОВ Е. М., САПЦИН В. П. Экспериментальные исследования колебаний воды и судна в камере наклонного судоподъемника при ее аварийной остановке // Тр. координац. совещ. по гидротехнике. 1966. Вып. 30. С. 126–135.
- [8] РОЖДЕСТВЕНСКИЙ Б. Л., ЯНЕНКО Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 687 с.
- [9] РОМАНОВ Е. М., ЯНЕНКО А. П. О некоторых результатах экспериментального исследования условий ввода судна большой грузоподъемности в камеру судопропускного сооружения // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. Новосибирск, 1975. № 10. С. 101–104.
- [10] СТОКЕР Дж. Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения: Пер. с англ. М.: Изд.-во иностр. лит., 1959. 617 с.
- [11] ATAVIN A. A., KUDISHIN A. V., ZINOVIEV A. T. Mathematical modelling of hydrotechnical impact on hydrothermal and ice cover behavior of rivers // Proc. Inter. Confer. "Hydroscience and engineering". Washington, 1993.
- [12] ATAVIN A. A., MICKAILOV A. ., VASILIEV O. F. Calculation of oscillation of Water and Chambers of Navigation Structures // XI Congress of the IAHR. Leningrad, 1965.
- [13] ATAVIN A. A., STEPANOVA P. V., TARASEVICH V. V. The Control and Optimization of Regimes of Navigation Pass Work // Proceedings of 15-th World Congress on Scientific Computation, Modelling and Applied Mathematics. Berlin, 1997. Vol. 5. P. 695–700.
- [14] МОКВА М., SZULCZEWSKI W. Mathematical Simulation of Unsteady Motion during Filling of a Lock Chamber // Archives of Hydroengineering. 1992. No. 4 P. 83–104.
- [15] PREISSMANN A. Propagations des intumescences dans les canaux et rivieres // First Congress of the French Association for Computation. Grenoble, September, 1961.