

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ КЛИНА КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМОЙ*

В.М. Фомин, А.А. Маслов, А.П. Шашкин, Т.А. Коротаева

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: shap@itam.nsc.ru

Н.Д. МАЛМУС

Научный центр Роквелл, США

В настоящей работе проведены исследования влияния электронного пучка на газодинамические параметры гиперзвукового потока, обтекающего поверхность сжатия воздухозаборника. Расчеты проводились методом конечных объемов для трехмерных уравнений Эйлера. Система уравнений, описывающая движение невязкого нестационарного газа, была дополнена 22 кинетическими уравнениями для 13-компонентной смеси. Перед клином (поверхность сжатия воздухозаборника) была задана область конечной ширины с повышенной электронной температурой и колебательной температурой азота. Область имитировала электронный пучок. Эта численная модель электронного пучка привела к резкому увеличению колебательной, а затем и поступательной температуры за областью электронного пучка. Изменилось локальное число Маха. Поток около клина стал неоднородным. Изменилось положение головного скачка уплотнения, а также распределение давления на поверхности клина.

Введение

В последнее время в связи с разработкой гиперзвуковых аппаратов большой интерес вызывает возможность использования новой МГД технологии для улучшения работы гиперзвуковых воздушно-реактивных двигателей (ГПВРД) [1, 2]. Естественного уровня ионизации потока в канале ГПВРД недостаточно, чтобы организовать существенный уровень взаимодействия магнитного поля с потоком. Поэтому необходимо ионизировать течение. Существуют различные способы, один из которых – использование электронного пучка. Однако, особенностью гиперзвукового обтекания летательных аппаратов является то, что ударная волна близка к поверхности тела, давление и температура за ударной волной высоки, возбуждены колебательные степени свободы. Электронный пучок, в таких условиях, может оказать существенное влияние на внутреннюю структуру потока и его физико-химические свойства.

Целью настоящей работы является определение возможного воздействия электронного пучка на газодинамические параметры гиперзвукового потока. В работе электронный пучок рассмотрен в виде области подвода электронов с повышенной электронной температурой и колебательной температурой азота в начальный момент времени, приведен список возможных реакций.

Уравнения газодинамики, дополненные кинетическими уравнениями, позволили провести численные исследования влияния ионизации на газодинамические параметры гиперзвукового потока, обтекающего поверхность сжатия воздухозаборника. Проведенное исследование показало, что применение электронного пучка позволяет изменять положение и форму головного скачка уплотнения. Это означает возможность регулирования гиперзвукового потока и системы скачков в воздухозаборниках интегрированных схем гиперзвуковых летательных аппаратов.

Перед клином (поверхность сжатия воздухозаборника) была задана область конечной ширины с повышенной в начальный момент времени электронной температурой, колебательной температурой азота и концентрацией электронов, схема расположения которой показана на рис. 1.

Эта численная модель электронного пучка привела к резкому увеличению колебательной, а затем и поступательной температур в потоке над поверхностью обтекаемого тела.

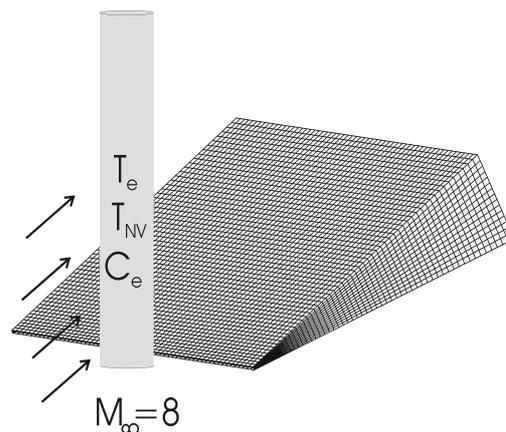


Рис. 1. Схема расположения области, имитирующей электронный пучок.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Научного центра Rockwell (США).

Изменилось локальное число Маха. Поток вблизи клина стал неоднородным. Положение головного скачка уплотнения стало другим. Изменилось также распределение давления на поверхности клина. Так как ширина области подвода электронов была меньше, чем ширина клина, то изменение положения ударной волны и распределения давления произошло не на всей поверхности клина. Отмечена высокая степень концентрации отрицательных ионов O^- , в расчетной области над поверхностью тела, которая сохраняется до конца клина.

1. Численное моделирование физико-химических процессов

Обтекание клина происходит при гиперзвуковой скорости потока и относительно низкой поступательной температуре. В связи с этим влиянием диффузии компонент и потерями на излучение можно пренебречь. Не учтено также влияние вязкости. В то же время важную роль может играть неравновесность происходящих физико-химических процессов. Неравновесные процессы учтены уравнениями неразрывности с линеаризованной скоростью образования компоненты смеси в химических реакциях. Таким образом, принята модель невязкого, теплопроводного, неравновесного, реагирующего газа.

Течение газа представляется нестационарным с заданным начальным полем потока. Для получения стационарного решения используется метод сквозного счета с установлением по времени. Под условием непротекания на стенке понимается отсутствие потока массы и количества движения по нормали к ней. Для заряженных частиц поставлено условие обнуления заряда (стенка электропроводна). В плоскости симметрии заданы условия симметрии потока. На бесконечности параметры потока приняты равными параметрам набегающего потока. На “выходной” границе использована линейная экстраполяция [3]. Граничные условия перед областью электронного пучка заданы как условия в набегающем потоке, непосредственно в области параметры задаются из оценок имеющихся данных [4] для реального электронного пучка.

Расчеты проводились методом конечных объемов для трехмерных уравнений Эйлера. Результаты расчета обтекания клина сверхзвуковым потоком без реакций верифицированы по данным эксперимента [5].

В настоящей работе система уравнений, описывающая движение невязкого нестационарного газа была дополнена 23 кинетическими уравнениями для 13 компонентной смеси O_2 , N_2 , O , N , NO , NO^+ , N_2^+ , O_2^+ , O^+ , N^+ , O^- , O_2^- , e^- . Здесь O_2 , N_2 , NO – соответственно молекулы кислорода, азота и окиси азота; O , N – атомы кислорода и азота; O_2^+ , N_2^+ , NO^+ , O^+ , N^+ , O^- , O_2^- , – соответственно ионы; e^- , – электрон. Эти составляющие выбраны согласно оценкам [6] и рекомендациям [4].

Уравнения сохранения молярной массы для расчета неравновесной концентрации компонент смеси без учета диффузии приняты в виде:

$$\int_V \frac{\partial \rho \gamma_i}{\partial t} dV + \int_S \rho \gamma_i \bar{w} \cdot \bar{n} dS = \int_V \dot{\omega}_i dV \quad (1)$$

Здесь для i -го компонента: $\gamma_i = \frac{\rho_i}{m_i \rho}$ – относительная молярная масса компонента, \bar{w} – скорость потока, ρ – плотность смеси, $\dot{\omega}_i$ – массовая скорость образования i -й компоненты. Число таких уравнений i равно числу компонент смеси.

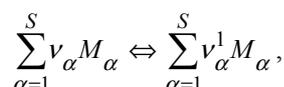
Уравнение состояния смеси записывается в виде

$$p = \frac{R \rho T}{m},$$

где молярная масса смеси m вычисляется через молярные массы компонент m_i по формуле

$$\frac{1}{m} = \sum_{i=1}^I \gamma_i.$$

Схема рассматриваемых реакций имеет вид



где S – число компонент реакции, α – номер компонента, M_{α} компонент, который участвует в реакции, ν_{α} , ν_{α}^1 – стехиометрические коэффициенты прямой и обратной реакций.

Принимаем, что γ_i – молярно – массовая концентрация i -го компонента. Тогда

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = \sum_{j=1}^J \left(\frac{d\gamma_i}{dt} \right)_j,$$

где t – время, j – номер реакции, J – полное число реакций, которые участвуют в образовании i -го компонента, величина $\left(\frac{d\gamma_i}{dt} \right)_j$ – скорость образования компоненты в j -й реакции согласно закону действующих масс имеет вид

$$\left(\frac{d\gamma_i}{dt} \right)_j = \frac{1}{\rho} (v_i^1 - v_i) \cdot \left[K_d \rho^v \prod_{\alpha=1}^S (\gamma_\alpha)^{v_\alpha} - K_r \rho^{v^1} \prod_{\alpha=1}^S (\gamma_\alpha)^{v_\alpha^1} \right]_j \quad (2)$$

Здесь K_d – константа прямой реакции, K_r – константа обратной реакции,

$$v = \sum_{\alpha=1}^S v_\alpha, \quad v^1 = \sum_{\alpha=1}^S v_\alpha^1.$$

Из соотношения (2) получаем формулу для определения равновесного значения концентрации

$$\gamma_{ie} = K_p \cdot \rho^{v_i - v_i^1} \cdot \gamma_i \cdot \prod_{\alpha=1}^S (\gamma_\alpha)^{v_\alpha - v_\alpha^1} \quad (3),$$

где $K_p = K_d/K_r$.

Введем время релаксации реакции по формуле

$$\tau_r = \frac{\gamma_i}{(v_i^1 - v_i) \cdot K_r \cdot \rho^{v_i^1 - 1} \prod_{\alpha=1}^S (\gamma_\alpha)^{v_\alpha^1}}. \quad (4)$$

Тогда для скорости образования i -го компонента получим

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = \sum_{j=1}^J \left(\frac{\gamma_{ie} - \gamma_i}{\tau_r} \right)_j. \quad (5)$$

Таким образом, система уравнений (1) и (5) позволяет рассчитать приближенный состав газа в условиях притока энергии и электронов.

Были учтены 4 типа реакций:

Химические реакции и реакции диссоциации

$O_2 + X + 5.1eV \Leftrightarrow 2O + X$	1
$N_2 + X + 9.8eV \Leftrightarrow 2N + X$	2
$NO + X + 6.5eV \Leftrightarrow N + O + X$	3
$N_2 + O + 3.3eV \Leftrightarrow NO + N$	4
$NO + O + 1.4eV \Leftrightarrow N + O_2$	5
$N_2 + O_2 + 1.9eV \Leftrightarrow 2NO$	6

Реакции ионизации ударами нейтральных частиц

$N + O + 2.8eV \Leftrightarrow NO^+ + e$	7
$N + N + 5.8eV \Leftrightarrow N_2^+ + e$	8
$O + O + 6.9eV \Leftrightarrow O_2^+ + e$	9
$NO + X + 9.3eV \Leftrightarrow NO^+ + X + e$	10
$N_2 + O_2 + 11.2eV \Leftrightarrow NO^+ + NO + e$	11
$O_2 + X + 12.1eV \Leftrightarrow O_2^+ + X + e$	12
$O + X + 13.6eV \Leftrightarrow O^+ + X + e$	13
$N + X + 14.6eV \Leftrightarrow N^+ + X + e$	14
$N_2 + X + 15.6eV \Leftrightarrow N_2^+ + X + e$	15

Реакции ионизации электронным ударом	
$NO + e + 9.3eV \Leftrightarrow NO^+ + 2e$	16
$O_2 + e + 12.1eV \Leftrightarrow O_2^+ + 2e$	17
$O + e + 13.6eV \Leftrightarrow O^+ + 2e$	18
$N + e + 14.6eV \Leftrightarrow N^+ + 2e$	19
$N_2 + e + 15.6eV \Leftrightarrow N_2^+ + 2e$	20
Реакции присоединения электрона	
$O_2 + e + 3.6eV \Leftrightarrow O + O^-$	21
$NO + e + 4eV \Leftrightarrow N + O^-$	22
$2O_2 + e + 0.5eV \Leftrightarrow O_2 + O_2^-$	23

Эти реакции выбраны из числа многих возможных с точки зрения наименьших энергетических затрат при протекании реакций. Выбор реакций проводился по рекомендациям работы [6] для процессов за ударной волной, у которых энергии активации $E < 15eV$. Исключены также реакции с обменом заряда. Предполагается, что эти реакции не вносят важного вклада в ионизацию потока. Избранный список реакций, видимо, не является исчерпывающим.

Константы химических реакций взяты из [6-10].

Происходящие физико-химические процессы рассматриваются в следующем соотношении: возбуждение колебательных степеней свободы, диссоциация, ионизация. Диссоциация молекул и возбуждение колебательных степеней свободы проходят одновременно. Влияние диссоциации на скорость возбуждения колебательных степеней свободы не учитывается.

При решении задачи рассматривалась релаксация колебательной энергии молекул азота и кислорода, а также релаксация электронной температуры.

Влияние колебательных степеней свободы на диссоциацию учитывается приближенно с помощью коэффициента у константы скорости диссоциации. Так, полагаем для колебательной и равновесной по колебаниям энергии

$$\begin{aligned}\theta_v &= E_v / (kT_v), \\ \theta &= E_v / (kT)\end{aligned}$$

где E_v – характерная колебательная энергия, T_v – колебательная температура, T – поступательная температура, k – постоянная Больцмана. Для диссоциации принимаем K_{dv} – константа скорости диссоциации с учетом возбуждения колебаний, K_d – константа скорости диссоциации при равновесии колебательных степеней свободы. Тогда $K_{dv} = K_d \cdot \eta$, где

$$\eta = \frac{1 - \exp(-N_v(\theta_v - \theta))}{N_v(\exp(\theta_v - \theta) - 1)}.$$

Здесь N_v – полное число колебательных уровней.

Величину колебательной энергии можно представить в форме

$$E_v = \frac{\theta_v}{(\exp \theta_v - 1)}.$$

Уравнение для вычисления колебательной энергии молекулы запишется в виде

$$\frac{dEk}{dt} = \frac{E_{ve} - E_v}{\tau_v}.$$

Здесь $E_v = E_v(T_v)$, $E_{ve} = E_v(T)$, время релаксации

$$\tau_v = \frac{A(T) \exp(bT^{-1/3})}{p \left(1 - \exp\left(-\frac{\theta_v}{T}\right) \right)},$$

При малых поступательных температурах целесообразно использовать зависимость из работы [8], которую можно записать в следующем виде:

$$\lg(p\tau_v) = 5 \cdot 10^{-4} m_i^{1/2} \theta_v^{4/3} \left(T^{1/3} - 0.05 m_i^{1/4} \right) - 8.0,$$

здесь p – давление, $A(T)$, b , θ_v соответственно равны:

$$\text{для } O_2 \quad A(T) = 10^{-9} T^{5/6}, \quad b = 218.3, \quad \theta_v = 2228, \quad m_i = 32;$$

$$\text{для } N_2 \quad A(T) = 10^{-7.8} T^{1/2}, \quad b = 192.7, \quad \theta_v = 3354, \quad m_i = 28.$$

Влияние физико-химических процессов на газодинамические параметры происходит через изменение отношения удельных теплоемкостей и через приток энергии от реакций, учитываемый уравнением энергии.

Величину отношения удельных теплоемкостей запишем в виде [8]:

$$\gamma = (f+2)/f,$$

где f – число степеней свободы частиц. Для смеси простых двух и одноатомных газов запишем

$$f = 3 + 4 \sum_{i=1}^{N_{a2}} \frac{\rho_i}{\rho} - 2 \left[(1 - \varphi_o) \frac{\rho_{o2}}{\rho} + (1 - \varphi_n) \frac{\rho_{n2}}{\rho} \right],$$

где N_{a2} – число компонент-молекул в смеси газа, ρ_i – плотность i -го компонента, θ_{vi} – характерные колебательные температуры: $\theta_{vo} = 2228$, $\theta_{vn} = 3354$,

$$\varphi_i = \left(\frac{\theta_{vi}}{T} \right)^2 \cdot \exp \left(- \frac{\theta_{vi}}{T} \right) / \left(1 - \exp \left(- \frac{\theta_{vi}}{T} \right) \right)^2.$$

2. Особенности совместного численного решения уравнений газовой динамики и химической кинетики

Уравнения химической кинетики за счет скорости образования компонент представляет собой жесткую систему уравнений. При шаге по времени в решении газодинамической задачи dt , если он значительно превышает время релаксации τ ($dt \gg \tau$) наблюдаются большие осцилляции решения и потеря устойчивости при установлении. В рассматриваемой задаче основную роль играют газодинамические процессы. Для их изучения требуется шаг по времени dt . Физико-химические процессы играют вспомогательную роль, и их можно рассматривать приближенно, используя метод корректирующего множителя. Действительно, рассмотрим уравнение

$$\frac{du}{dt} = \dot{\omega}.$$

Представим это уравнение в виде

$$\frac{du}{dt} = \frac{u^0 - u}{\tau},$$

где τ – малый шаг (время релаксации). Пусть равновесное значение u^0 и время релаксации τ не зависят от времени на шаге Δt . На шаге n по t

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_n = \frac{u^0 - u_n}{\tau}.$$

Применяя неявную схему решения уравнения на заданном интервале

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{dt} = \frac{u^0 - u_{n+1}}{\tau} = \frac{u^0 - u_n}{\tau} - \frac{u_{n+1} - u_n}{\tau}.$$

Отсюда

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} = \left(\frac{du}{dt} \right)_n \cdot \frac{\tau}{\tau + \Delta t}.$$

Поправочный множитель $b = \frac{\tau}{\tau + \Delta t}$ позволяет проводить приближенное решение задачи по явной схеме без необходимых для неявной схемы прогонок. Действительно, при решении задачи по явной схеме

$$\frac{du}{dt} = \frac{u_{n+1} - u_n}{dt} = b \dot{\omega}_n$$

получим

$$u_{n+1} = u_n + dt \cdot b \cdot \dot{\omega}_n.$$

При $\Delta t \gg \tau$ – $\Delta t b \rightarrow \tau$, при $\Delta t \ll \tau$ величина $\Delta t b \rightarrow \Delta t$.

3. Результаты расчетов

Рассмотрено обтекание клина конечной ширины гиперзвуковым потоком с электронным пучком. Основной задачей являлось изучение влияния физико-химических процессов на газодинамическую картину обтекания клина.

Поток воздуха с числом Маха $M=8$ обтекал клин с углом 15 градусов, длиной 0.1 м и шириной 0.1 м. Параметры в набегающем потоке соответствовали параметрам при полете на высоте 30 км. Электронный пучок моделировался областью с размерами 0.02×0.02 м и некоторыми постоянными физическими параметрами по высоте и ширине [4]: электронной температурой $T_e=17000$ К в начальный момент времени, концентрацией электронов 10^{13} $1/\text{см}^3$. В этой высокоэнергетической области происходит сильное возбуждение колебательных степеней свободы молекул азота. Колебательная температура молекул азота принималась в начальный момент времени $T_{vN_2}=3000$ К [4]. Остальные параметры, как газодинамические, так и физико-химические, рассчитывались. Численное решение задачи проводилось методом сквозного счета по маршевой схеме с граничными условиями на границе пучка.

Результаты расчета показаны на рис. 2 – 4. На рис. 2 представлено распределение концентраций компонент смеси в плоскости симметрии вдоль средней линии между клином и внешней границей.

Из рисунка видно, что в области электронного пучка преобладают реакции $O_2 + e \Leftrightarrow O + O^-$, $O_2 + e \Leftrightarrow O_2^-$, реакции образования окиси азота и ионизации окиси азота электронным ударом. За пределами этой области в зоне релаксации, которая не превышает ширины пучка, компоненты O_2^- , e и O практически перестают существовать. В поле потока, кроме молекул N_2 , O_2 остаются O^- , NO^+ , NO . С увеличением расстояния от пучка в потоке продолжают увеличиваться концентрации NO и NO^+ . На расстоянии двух поперечных размеров электронного пучка состав газа в плоскости симметрии практически не изменяется. За пучком концентрация отрицательных ионов O^- меняется мало и остается высокой. Этот ион несет основной отрицательный заряд в газе. Реакции образования иона N^+ в потоке не наблюдаются, так как велики энергетические затраты на образование этого иона.

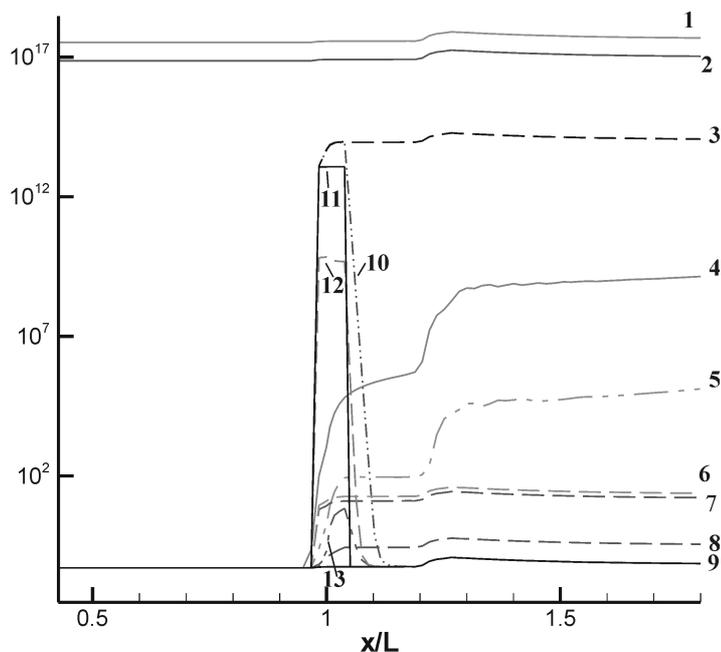


Рис. 2. Распределение концентраций компонент смеси ($1/\text{см}^3$) в плоскости симметрии над верхней поверхностью клина:

1 – N_2 , 2 – O_2 , 3 – O^- , 4 – NO^+ , 5 – NO , 6 – O_2^+ , 7 – N_2^+ , 8 – O^+ , 9 – N^+ , 10 – O , 11 – e , 12 – O_2^- , 13 – N .

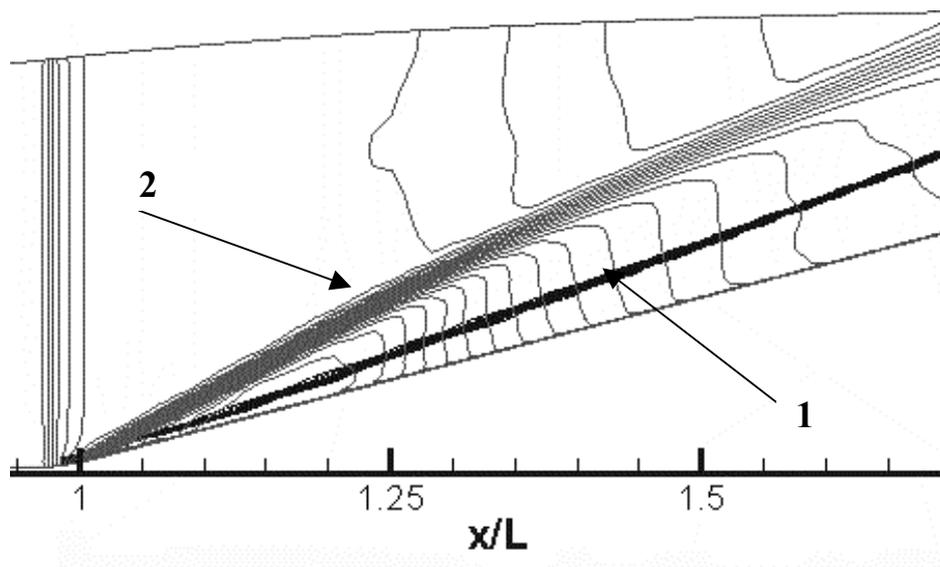


Рис. 3. Положение скачка уплотнения в плоскости симметрии клина: 1 – без электронного пучка, 2 – при наличии электронного пучка в потоке.

В связи с происходящими релаксационными процессами температура газа перед головным скачком, достаточно большая в электронном пучке, по мере удаления от него уменьшается. Следовательно, изменяется число Маха набегающего потока. В результате этого головной скачок над клином может искривляться (рис. 3). Без учета происходящих процессов в плоскости симметрии он прямолинейный (см. рис. 3).

Результаты расчета обтекания показали, что так как электронный пучок находится в гиперзвуковом потоке, все физико-химические процессы происходят преимущественно в следе за ним, поскольку происходит смывание продуктов химических реакций по потоку. Наклон и форма головного скачка над поверхностью клина меняются не равномерно. При этом величина давления за скачком на поверхности клина в следе за электронным пучком сначала становится больше, а затем меньше, чем при обтекании невозмущенным потоком (рис. 4).

Аналогичная ситуация наблюдается и для суммарной плотности газодинамического потока. Наблюдается сильное увеличение энтропии, температуры и давления в области электронного пучка непосредственно перед клином. В результате высокой температуры и поджатия потока формируется интенсивное растекание от плоскости симметрии.



Рис. 4. Распределение давления $\left(p/\rho_{\infty}W_{\infty}^2\right)$ по поверхности клина $M_{\infty} = 8.0$ (при наличии электронного пучка).

Заключение

Результаты расчетов показали, что определяющее влияние на газодинамические параметры оказывает возбуждение колебательных степеней свободы, которое происходит в электронном пучке. Колебательно возбужденные молекулы повышают поступательную температуру в потоке и изменяют отношение теплоемкостей. Это изменяет число Маха в потоке и, следовательно, меняются наклон и интенсивность головного скачка и значения газодинамических параметров.

Таким образом, проведенное исследование показало, что применение искусственного ионизатора, например электронного пучка, позволяет изменять положение и форму головного скачка уплотнения. Это означает возможность регулирования гиперзвукового потока и системы скачков в воздухозаборниках интегрированных схем гиперзвуковых летательных аппаратов.

Список литературы

1. **Brichkin D.I., Kuranov A.L. and Sheikin E.G.** The potentialities of MHD-control for improving scramjet performance: AIAA Pap. 99-4969, 1999.
2. **Gurijanov E.P. Harsha P.T.** AJAX: new directions in hypersonic technology: AIAA Pap. 96-4609, 1996.
3. **Корогаева Т.А., Фомин В.М., Шашкин А.П.** Численное исследование воздействия локального энергоисточника на пространственное сверхзвуковое обтекание заостренных тел. Новосибирск, 1996. (Препр. / Ин-т теорет. и прикл. механики РАН; № 1-96).
4. **Adamovich I.V., Rich J.W., Chernukho A.P., Zhdanok S.A.** Analysis of the power budget and stability of high-pressure nonequilibrium air plasmas: AIAA 2000-2418. 18 p.
5. **Verification** of finite volumes method for supersonic inviscid 3-D flows calculation // Intern. Conf. on the Methods Aerophys. Research : Proc. Pt 2. Novosibirsk, 1996. P. 120-124.
6. **Lin S.C., Teare J.D.** Rate of ionization behind shock waves in air, II: Theoretical interpretation // Physics of Fluid. Vol. 6. 1963. P. 355-375.
7. **Шварц Р.Н., Герфельд К.Ф.** Время колебательной релаксации // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М.: Иностран. лит., 1962.
8. **Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике** / Под ред. Г.И. Майкопара. М.: Машиностроение, 1972.
9. **Ступоченко Е.В., Лосев С.А., Осипов А.И.** Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука, 1965.
10. **Мартин Дж.** Вход в атмосферу. Введение в теорию и практику / Под ред. Н.А. Анфимова. М.: Мир, 1969.
11. **Macheret S.O., Shneider M.N., Miles R.B.** Modeling of air plasma generation by electron beam and high-voltage pulses: AIAA Pap. 2000-2569, 2000.